

國立中央大學

統計研究所

碩士論文

餘震序列 RJ 模型之貝氏分析

指導教授：陳玉英博士

研究生：劉雯琪

中華民國九十二年一月



# 國立中央大學圖書館 碩博士論文授權書

(91年5月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文與電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)  
()同意 (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_。  
()同意 (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_。  
()不同意，原因是：\_\_\_\_\_。

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟、網路或其它各種方法收錄、重製、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用。以提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 劉雯琪

論文名稱： 餘震序列 RJ 模型之貝氏分析

指導教授姓名： 陳玉英 博士

系所： 統計 所 博士 碩士班

學號： 89225009

日期：民國 92 年 1 月 15 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

## 摘要

本文根據 Reasenberg 和 Jones (1989) 提出的時間-規模頻率模型 (RJ 模型)，當作點過程中的條件強度函數 (conditional intensity function)，並利用台灣過去 (集集主震發生之前) 十筆餘震序列當作早期地震資料，決定模型參數之先驗分配 (prior distribution)，然後針對集集餘震序列，使用馬可夫鏈蒙地卡羅 (Markov Chain Monte Carlo) 方法衍生近似的聯合後驗分配，進行經驗貝氏分析 (empirical bayes analysis)，藉以評估集集餘震時間風險。最後，利用空間格點 (spatial-grid) 法，在每一個距離 20 公里的格點上，利用此一經驗貝氏分析計算對應的餘震發生機率，藉以探討集集餘震的時空風險。

## 誌謝辭

很感謝這兩年多來指導老師 陳玉英教授在專業知識上的悉心指導，讓我受益良多，也很感謝 樊采虹教授在貝氏統計方法上的指導，同時口試委員 余貴坤教授給予本篇論文寶貴意見，使得本篇論文得以順利完成。

在研究所的兩年期間，謝謝所上所有老師、學長姊以及親愛的同學，你們都是我的良師益友，在學習上不斷地給我鼓勵與扶持，也謝謝地科系信強同學提供的餘震序列資料，感激不盡。

實習這半年來，謝謝俐君、長佳、曉娟、清景、饒老師，以及朝昱老師的體諒與包容，在我情緒低落時，不斷地給我支持。

謹將本文獻給一路陪伴著我、始終支持我的博傑，和我最深愛的家人，以及每一位關心我的朋友，因為你們的包容與關懷，讓我能專心地撰寫論文，無後顧之憂；因為你們的傾聽與鼓勵，讓我可以順利地走完這段艱辛的研究所生活，由衷地謝謝你們。

劉雯琪 謹識

于國立中央大學統計研究所

中華民國九十二年一月

# 目 錄

<b>第 1 章</b>	<b>緒論</b> .....	<b>1</b>
1.1	地震相關知識與方法回顧 .....	1
1.2	研究方法.....	4
<b>第 2 章</b>	<b>地震模型與參數之最大概似估計</b> .....	<b>7</b>
2.1	時間-頻率模型 .....	7
2.2	規模-頻率模型 .....	10
2.3	時間-規模頻率模型 .....	11
<b>第 3 章</b>	<b>餘震序列經驗貝氏分析</b> .....	<b>15</b>
3.1	先驗分配.....	15
3.2	後驗分配.....	19
<b>第 4 章</b>	<b>餘震風險之評估</b> .....	<b>21</b>
4.1	餘震之時間-規模分布 .....	21
4.2	餘震風險空間分布 .....	24
<b>第 5 章</b>	<b>結語與未來研究方向</b> .....	<b>25</b>
	<b>參考文獻</b> .....	<b>27</b>
	<b>附錄 1 圖表</b> .....	<b>30</b>

## 表 目 錄

表 3.1：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之主震震源參數 .....	30
表 3.2：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列配適 RJ 模型，其 參數之最大概似估計 .....	30
表 3.3：RJ 模型各參數的近似先驗分配樣本之平均值 .....	31
表 3.4：RJ 模型各參數的先驗分配中所需指定之值及對應之超參數值 .....	31
表 3.5：近似後驗樣本之平均值、標準差與近期資料之最大概似估計、 標準差.....	32
表 4.1：貝氏估計方法與最大概似估計方法之預測餘震個數均方誤差 .....	32
表 4.2：在時段 $(t, t+s)$ 發生規模 5.0 以上餘震之機率 .....	33
表 4.3：集集主震之後 100 天內規模 5.0 以上的地震資料 .....	34

## 圖目錄

圖 3.1：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之空間分布 .....	36
圖 3.2：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之時間-頻率、規模-頻率圖形 .....	40
圖 3.3：(a) 集集主震之後 2 天內發生規模 2.0 以上的地震分布，方框為近期資料的空間範圍 (b) 集集主震之後 40 天內發生規模 4.0 以上的地震分布 .....	41
圖 3.4：集集主震之後 (a) 10 天內 (b) 20 天內 (c) 30 天內 (d) 40 天內，所有地震規模大於或等於 2.0 之規模-頻率圖形 .....	42
圖 3.5：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列 RJ 模型中各參數之散佈圖 .....	43
圖 3.6：RJ 模型中參數 k 之先驗分配和後驗邊際密度函數圖 .....	44
圖 3.7：RJ 模型中參數 c 之先驗分配和後驗邊際密度函數圖 .....	45
圖 3.8：RJ 模型中參數 b 之先驗分配和後驗邊際密度函數圖 .....	46
圖 4.1：根據集集主震發生後 t 天內的餘震資料配適 RJ 模型之適合度，其中 t 分別為 (a) 10 天 (b) 20 天 (c) 30 天 (d) 40 天，(-) 為貝氏估計 (--) 為最大概似估計；根據配適模型求得未來 7 天規模 $M \geq 4.0$ 的餘震之期望個數( $\cdots$ )與實際發生規模 $M \geq 4.0$ 的餘震個數 (o) .....	47
圖 4.2：逐期預測未來 (a) 3 天 (b) 7 天 (c) 10 天時發生規模 4.0	

以上集集餘震之對數條件強度函數 .....49

圖 4.3：預測發生規模 4.0 以上集集餘震之對數條件強度函數

$(\log \hat{\lambda}_{B_2}(t, M))$  與實際發生地震規模之對照 .....50

圖 4.4：根據集集主震發生後  $t$  天內的餘震資料配適 RJ 模型，預測未

來 7 天內發生規模 5.0 以上餘震的機率之空間分布，其中  $t$  分別  
為 (a) 10 天 (b) 20 天 (c) 30 天 (d) 40 天；上圖為利用貝氏  
估計方法，下圖為利用最大概似估計方法 .....54



# 第 1 章 緒論

## 1.1 地震相關知識與方法回顧

台灣位於環太平洋地震帶上，有菲律賓海板塊與歐亞大陸板塊在台灣東部花東縱谷交接，由於菲律賓海板塊每年以穩定的速度向西北移動，造成台灣兩個隱沒帶，一個在台灣東北部，另一個則在台灣南端。北端在花蓮、宜蘭外海一帶向北隱沒至歐亞大陸板塊底下，南部則約在巴士海峽有一個向東隱沒的地震帶，因此造成台灣每年地震頻繁，並且經常有強烈的地震發生。依據中央氣象局過去九十年的觀測資料顯示，台灣地區每年平均約發生上萬次地震，其中多數為無感地震（unfelt earthquake），有感地震（felt earthquake）每年平均約為 214 次，並且根據以往的紀錄，災害性地震，每年平均可能發生一次。

觀察近年來發生在台灣的地震，就可以瞭解地震帶來的嚴重危害。西元 1998 年 7 月 17 日下午 12 時 51 分，在阿里山西方 14.2 公里，即東經 120.7 度、北緯 23.5 度且震源深度為 3 公里的位置，發生規模 6.2 的嘉義瑞里地震，造成瑞里飯店嚴重受損，阿里山區多處公路、鐵路坍方中斷，5 人死亡、18 棟房屋全毀，且多處房屋毀損；西元 1999 年 9 月 21 日凌晨 1 時 47 分，在日月潭西方 9 公里集集，即東經 120.8 度、北緯 23.9 度且震源深度為 8 公里的位置，發生規模

7.3 的強烈地震，是二十世紀以來發生在台灣島內規模最大的地震，也是近百年以來死傷人數最多、財產損失最為慘重的一次地震，造成車籠埔斷層錯動長達 80 公里，尤以南投、臺中縣災情最為慘重，共 2413 人死亡、10002 人受到輕重傷，幾萬棟房屋倒塌；西元 2002 年 3 月 31 日下午 14 時 52 分，在花蓮秀林地震站東方 44.3 公里，即東經 122.1 度、北緯 24.2 度且震源深度為 9.6 公里的位置，發生規模 6.8 的花蓮外海地震，造成 5 人死亡、中橫公路落石、蘇花公路坍方。雖然台灣東部的地震活動相當頻繁，但因為其多發生在外海，所以造成的災害相對地較小；反之，台灣西部的地震活動雖不如台灣東部地區頻繁，但因其震源較淺，且多發生在陸地，加以人口密集，所以較可能造成嚴重災害。

地震不僅造成地層錯動，引發山崩、地盤隆起、井水變化等地質改變或鬆動現象，而房屋、公路、橋樑等建築物也因受到地震的劇烈搖晃而倒塌，繼而威脅到人民的生命財產安全，損失往往非常嚴重。因此，長久以來各領域學者們不斷地從事地震及其有關現象的研究。現今地震活動上的定量研究資料有發震時間（time）、震央位置（epicenter）、地震規模（magnitude）和震源深度（focal depth）。同一系列之地震包括前震（foreshock）、主震（mainshock）和餘震（aftershock），其中所謂同一系列之地震，係指發生位置鄰近，時間

上相近之所有地震。同一系列之地震中，在主震發生前所觀測的較小規模地震，稱為前震，前震曾被視為發生大地震的前兆，故其重要性早被提及，且記載上也有少數前震的例子。近年來地震觀測技術雖然有長足的進步，但顯著前震的例子並不多見。同一系列之地震中規模最大者稱為主震。同一系列之地震中，主震發生之後，緊隨著會發生一連串規模較小的地震活動，這些規模較小的地震稱為餘震。一般而言，前震較不易察覺且不顯著，而餘震之次數及規模均隨著時間而減小，其發生狀況較有規則且較為明顯。

在地震資料中，餘震佔了絕大部分，也因此傳統上常利用統計學上的點過程（point process）模型，分析某區域的餘震活動情形。在地震研究的文獻中，經常以 Gutenberg-Richter（1954）關係式探討地震的規模分布，也經常根據修正 Omori 法則（Utsu，1961）描述餘震的時間分布。Reasenber 和 Jones（1989）則結合了地震規模與發生時間，探討某一種規模以上的餘震之發生率，並且進一步估算在主震之後某一時段內發生大規模餘震的機率。此外，Ogata（1988，1989）利用自我激發過程（self-exciting process）的概念（Hawkes，1971），選擇流病模型（epidemic-type model）為點過程中的條件強度函數（conditional intensity function），當作建構模型的基礎，並由觀測到的地震規模與發生時間，建構地震之點過程模型。

由於地質和建物結構在主震發生時已造成破壞，餘震的發生則將進一步地破壞相關結構和威脅到人民的生命財產安全，因此如何有效評估餘震風險始終是一個重要的課題。

## 1.2 研究方法

本文根據 Reasenberg 和 Jones (1989) 提出的時間-規模頻率模型 (RJ 模型)，當作點過程中的條件強度函數，分別利用最大概似估計 (MLE) 方法和經驗貝氏 (Empirical Bayes) 方法評估集集餘震風險。

本文分析中央氣象局地震測報中心收錄發生於西元 1978 年 1 月 1 日至西元 1999 年 12 月 31 日台灣地區的地震資料。其中經驗貝氏分析中以西元 1978 年 1 月 1 日至西元 1998 年 12 月 31 日，發生在東經 119 度至 123 度、北緯 21 度至 26 度地區，其主震規模大於 5.5、震源深度小於 40 公里，且具完整的餘震序列當作早期資料，然後以西元 1999 年 9 月 21 日至西元 1999 年 10 月 31 日，發生在東經 120.36 度至 121.76 度、北緯 23.15 度至 24.55 度地區之集集餘震序列當作近期資料。

早期資料共有十筆餘震序列，每筆餘震時間與空間範圍的選取是以主震震央為圓心，取適當半徑涵蓋餘震範圍，視在此圓形內的餘震呈穩定時間衰退狀態為止，惟在此不考慮強餘震所引發的第二次餘震

序列 (secondary aftershock sequence)。利用此一方法同時選取餘震可能發生的時間及空間範圍，藉以初步篩選出每一筆餘震序列。此資料由國立中央大學地球科學系提供。本文觀察這十筆餘震序列的規模-頻率圖形，決定每一筆完整餘震序列的規模下界，並且修正餘震序列資料的時空範圍，進一步得到較為完整的十筆餘震序列。近期資料則根據集集主震發生之後兩天內，所有地震規模大於或等於 2.0 的分布範圍，當作近期資料的空間範圍，並在此空間範圍內，分別觀察主震發生之後 10 天、20 天、30 天及 40 天這四個時間點內所有地震規模大於或等於 2.0 之規模-頻率圖形，最後選擇規模 4.0 以上的地震作為集集餘震序列並加以分析。

在經驗貝氏方法中，我們利用早期資料決定時間-規模頻率模型中參數的先驗分配 (prior distribution)，再配合近期資料估計出各參數的聯合後驗分配 (joint posterior distribution)。在計算過程中，我們利用馬可夫鏈蒙地卡羅法 (Markov Chain Monte Carlo, 簡稱 MCMC) 演算法，配合早期資料建立的先驗分配，再依據近期資料衍生出後驗分配之近似樣本。然後再利用這些樣本對參數及時間-規模頻率模型進行貝氏推論。最後評估餘震風險並藉由資料檢驗其預測能力。

本文第二章中，我們將對時間-頻率模型、規模-頻率模型、時間-規模頻率模型作詳細的描述。第三章則使用時間-規模頻率模型，對

集集餘震序列進行經驗貝氏分析。第四章將利用經驗貝氏分析結果，  
評估集集餘震風險。最後在第五章結語並討論未來研究方向。

## 第 2 章 地震模型與參數之最大概似估計

### 2.1 時間-頻率模型 (Omori's 模型)

餘震發生率的時間分布可由 Utsu (1961) 所提出之修正 Omori's 法則 (modified Omori law) 加以描述：

$$\lambda(t) = \frac{k}{(t+c)^p} \quad (2.1)$$

其中  $\lambda(t)$  為主震 ( $t=0$ ) 發生後  $t$  天時餘震之發生率， $k$ 、 $c$ 、 $p$  皆為大於 0 的常數。一般而言，參數  $k$  與餘震序列總次數、主震規模及餘震規模下界  $M_c$  有關。參數  $c$  則反映餘震序列最初期的活動，它的主要功能是修正在餘震序列的最初幾分鐘或一兩個小時內，發生頻率並不服從一般的遞減衰退率，而是似乎有遞增的現象。參數  $p$  則代表餘震之衰退率，就規模  $M_c$  以上之餘震而言， $p$  值越大表示該餘震序列衰退越快，即餘震在未來期間發生的相對可能性較小。不論研究中之最小規模為何，一般  $p$  值的範圍介於 0.9 到 1.8 之間。此外， $p$  值大小與地熱 (crustal heat flow) 有關，溫度越高 (低) 者其  $p$  值越大 (小) (Mogi, 1962; Kisslinger and Jones, 1991)。  $p$  值也與斷層的摩擦熱 (frictional heat) 有關，摩擦熱越高之地區，其相對應之  $p$  值亦越高 (Wiemer and Katsumata, 1999)。

若將餘震之發生視為一個發生率為  $\lambda(t)$  非均質之卜瓦松過程 (non-stationary Poisson process)，則在時間  $t$  和  $t + \Delta t$  之間，餘震發生的機率為

$$\text{Prob}\{\text{在}(t, t + \Delta t)\text{發生一個餘震}\} = \lambda(t) \times \Delta t + o(\Delta t),$$

其中當  $\Delta t \rightarrow 0$  時， $o(\Delta t)/\Delta t \rightarrow 0$ ，亦即

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \text{Prob}\{\text{在}(t, t + \Delta t)\text{發生一個餘震}\} / \Delta t,$$

由卜瓦松過程 (Poisson Process) 得知，在互斥區間 (disjoint interval) 內餘震之發生是獨立的。所以已知在時間點  $t_{i-1}$  發生餘震條件下，在時間點  $t_i$  發生餘震之條件機率密度函數 (conditional probability density function) 可寫成

$$f(t_i | t_{i-1}) = \lambda(t) \times \exp\left\{-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s) ds\right\},$$

其中  $\lambda(t)$  即為在  $(t_i, t_i + \Delta t)$  瞬間發生餘震的可能性， $\exp\left\{-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s) ds\right\}$  則為在  $(t_{i-1}, t_i)$  沒有發生餘震 (或餘震次數為 0) 的機率。因此，在獲知  $N$  個餘震發生時間  $\mathbf{t} = (t_1, t_1, \dots, t_N)$  之後，其概似函數 (likelihood function) 為

$$L(\theta | \mathbf{t}) = \left\{ \prod_{i=1}^N \lambda(t_i) \right\} \times \exp\left\{-\int_0^{t_N} \lambda(t) dt\right\},$$

其中  $\theta = (k, c, p)$ ，其對數概似函數 (log-likelihood function) 為



$$\begin{aligned}\ln L(\theta | \mathbf{t}) &= \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i) - \int_0^{t_N} \lambda(t) dt \\ &= N \times \ln K - p \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - k \times A(c, p),\end{aligned}$$

其中

$$A(c, p) = \begin{cases} \left\{ (t_N + c)^{1-p} - c^{1-p} \right\} / (1-p) & , \text{ 當 } p \neq 1 \\ \ln(t_N + c) - \ln c & , \text{ 當 } p = 1 \end{cases}$$

令  $\hat{\theta} = (\hat{k}, \hat{c}, \hat{p})$  為  $\theta = (k, c, p)$  的最大概似估計量 (Maximum Likelihood Estimator, MLE), 則可藉由求下述方程式之聯合解得到  $\hat{\theta}$  :

$$\partial \ln L(\theta | \mathbf{t}) / \partial k = N/k - A(c, p) = 0$$

$$\partial \ln L(\theta | \mathbf{t}) / \partial c = -p \sum_{i=1}^N (t_i + c)^{-1} - k \left\{ (t_N + c)^{-p} - c^{-p} \right\} = 0$$

$$\begin{aligned}\partial \ln L(\theta | \mathbf{t}) / \partial p &= -\sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - k \left\{ (t_N + c)^{1-p} - c^{1-p} \right\} / (1-p)^2 + \\ &\quad k \left\{ (t_N + c)^{1-p} \ln(t_N + c) - c^{1-p} \ln c \right\} / (1-p) \\ &= 0\end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}I(\theta) &= \int_0^{t_N} \frac{1}{\lambda(t; \theta)} \frac{\partial \lambda(t; \theta)}{\partial \theta'} \frac{\partial \lambda(t; \theta)}{\partial \theta} dt \\ &= \int_0^{t_N} \begin{bmatrix} k^{-1} (t+c)^{-p} & -p (t+c)^{-p-1} & -(t+c)^{-p} \ln(t+c) \\ * & kp^2 (t+c)^{-p-2} & kp (t+c)^{-p-1} \ln(t+c) \\ * & * & k (t+c)^{-p} \{ \ln(t+c) \}^2 \end{bmatrix} dt\end{aligned}$$

則  $I(\theta)$  稱為情報矩陣 (information matrix)。根據最大概似估計式之

漸進分布性質得知， $(\hat{\theta} - \theta)$  之近似分布為平均值為  $\mathbf{0} = (0, 0, 0)$ ，共變異數矩陣為  $I^{-1}(\theta)$  之三維常態分布，其中  $I^{-1}(\theta)$  即為  $I(\theta)$  之反矩陣 (inverse matrix)。令  $I(\hat{\theta})$  為觀察之情報矩陣，則  $I^{-1}(\hat{\theta})$  矩陣中的對角線之方根可估計  $\hat{k}$ 、 $\hat{c}$  和  $\hat{p}$  之標準差 (standard deviation)。

## 2.2 規模-頻率模型 (GR 模型)

餘震的規模-頻率分布，可由 Gutenberg-Richter (1954) 關係式加以描述：

$$\log_{10} N(M) = a - bM \quad (2.2)$$

其中  $a$ 、 $b$  皆為大於 0 的常數， $N(M)$  為規模大於或等於  $M$  之餘震個數。此一規模-頻率模型中的參數  $b$  是反應強餘震發生的相對危險性 (Bender, 1983)，亦即較小的  $b$  值表示主震發生之後，發生較大規模餘震的可能性或風險較大。一般  $b$  值的範圍介於 0.4 到 1.8 之間。

假設地震規模服從參數為  $(b \times \ln 10)$  的指數分布，即

$$M_1, M_2, \dots, M_N \stackrel{\text{iid}}{\sim} f(M; \lambda) = \lambda \times \exp\{-\lambda(M - M_c)\},$$

其中  $\lambda = b \times \ln 10$ ， $M_c$  為研究資料中地震規模的下界。因此得其概似函數為

$$L(b | \mathbf{M}) = (b \times \ln 10)^N \exp\left\{- (b \times \ln 10) \sum_{i=1}^N (M_i - M_c)\right\},$$

對數概似函數則為

$$\ln L(\mathbf{b} | \mathbf{M}) = N \times \ln(b \times \ln 10) - (b \times \ln 10) \sum_{i=1}^N (M_i - M_c),$$

由

$$\partial \ln L(\mathbf{b} | \mathbf{M}) / \partial b = N/b - \ln 10 \sum_{i=1}^N (M_i - M_c) = 0,$$

得到  $b$  的最大概似估計量  $\hat{b}$  及其近似標準差  $s(\hat{b})$  分別為

$$\hat{b} = \frac{N}{\ln 10 \times \sum_{i=1}^N (M_i - M_c)}$$

$$s(\hat{b}) \approx \frac{\hat{b}}{\sqrt{N}}.$$

## 2.3 時間-規模頻率模型 (RJ 模型)

Lomnitz 與 Nava (1982,1983) 認為地震規模不會影響地震發生的時間，即表示地震發生的時間與規模是互相獨立的。在此假設之下，若將模型 (2.1) 和 (2.2) 合併，則描述餘震發生率的時間-規模分布為

$$\begin{aligned} \lambda(t, M) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_r \{t \leq T < t + \Delta t, \text{Mag} \geq M | T \geq t, \text{Mag} \geq M_c\} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_r \{t \leq T < t + \Delta t | T \geq t\} P_r \{\text{Mag} \geq M | \text{Mag} \geq M_c\} \\ &= \lambda(t) \times \frac{N(M)}{N(M_c)} \\ &= \frac{k}{(t+c)^p} \times \frac{10^a 10^{-bM}}{10^a 10^{-bM_c}} \end{aligned}$$

$$= \frac{k}{(t+c)^p} \times 10^{-b(M-M_c)} \quad (2.3)$$

其中  $M_c$  是地震資料中地震規模的下界， $\lambda(t, M)$  則表示在主震發生後  $t$  天時，發生規模大於或等於  $M$  的餘震之發生率。令

$$a = \log_{10} k - b(M_m - M_c),$$

則此一發生率又可表示為

$$\lambda(t, M) = 10^{a+b(M_m-M)} \times \frac{1}{(t+c)^p} \quad (2.4)$$

其中  $M_m$  代表主震規模， $(a, c, b, p)$  為參數且  $(c, b, p)$  皆大於零。事實上，(2.4) 式由 Reasenberg and Jones (1989) 提出，可以用來評估強主震發生後，發生規模大於或等於  $M$  的餘震之風險。

本文採用 (2.3) 式，即 RJ 模型，當作點過程中的條件強度函數，分析餘震序列。所以已知在時間點  $t_{i-1}$  發生餘震條件下，在時間點  $t_i$  發生至少規模為  $M$  的餘震之條件機率密度函數可寫成

$$f(t_i | t_{i-1}) = \lambda(t, M) \times \exp \left\{ - \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s, M) ds \right\}.$$

若觀察之發震時間為  $\{t_i\}_{i=1}^N$ ，其對應的地震規模為  $\{M_i\}_{i=1}^N$ ，則其概似函數 (likelihood function) 為

$$L(\eta, \theta | \{(t_i, M_i)\}) = \prod_{i=1}^N f_i(M_i | M^{(i-1)}; \eta) \prod_{i=1}^N g_i(t_i | M^{(i-1)}, t^{(i-1)}; \theta),$$

其中  $t^{(i-1)} = (t_1, \dots, t_{i-1})$ ， $M^{(i-1)} = (M_1, \dots, M_{i-1})$ ， $i = 1, \dots, N$ 。

而參數向量  $\eta$  和  $\theta$  沒有共同項。本文只針對時間部分做討論，因此考

慮的條件概似函數（conditional likelihood function）為

$$L(\eta, \theta | \{(t_i, M_i)\}) = \prod_{i=1}^N g_i(t_i | M^{(i-1)}, t^{(i-1)}; \theta) \circ \quad (2.5)$$

因此，獲知  $N$  個餘震發生時間與其對應的規模  $(t_i, M_i)$ ， $i=1, \dots, N$ ，

由 (2.5) 式得知其條件概似函數為

$$\begin{aligned} L(\theta | \{(t_i, M_i)\}) &= \prod_{i=1}^N \left\{ \lambda(t_i, M_i) \times \exp \left\{ -\int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(t, M_i) dt \right\} \right\} \\ &= \left\{ \prod_{i=1}^N \lambda(t_i, M_i) \right\} \times \exp \left\{ -\sum_{i=1}^N \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(t, M_i) dt \right\} \circ \end{aligned}$$

其中  $\theta = (k, c, b, p)$ ，其條件對數概似函數（conditional log-likelihood function）為

$$\begin{aligned} \ln L(\theta | \{(t_i, M_i)\}) &= \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i, M_i) - \sum_{i=1}^N \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(t, M_i) dt \\ &= \sum_{i=1}^N \ln \left\{ \frac{k}{(t_i + c)^p} \times 10^{-b(M_i - M_c)} \right\} - \sum_{i=1}^N \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{k}{(t + c)^p} \times 10^{-b(M_i - M_c)} dt \\ &= N \times \ln k - p \sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - b \times \ln 10 \sum_{i=1}^N (M_i - M_c) - k \times A(b, c, p) \circ \end{aligned}$$

其中

$$A(b, c, p) = \begin{cases} \left\{ \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} \left\{ (t_i + c)^{1-p} - (t_{i-1} + c)^{1-p} \right\} \right\} / (1-p) & , \text{ 當 } p \neq 1 \\ \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} \left\{ \ln(t_i + c) - \ln(t_{i-1} + c) \right\} & , \text{ 當 } p = 1 \end{cases}$$

令  $\hat{\theta} = (\hat{k}, \hat{c}, \hat{b}, \hat{p})$  為  $\theta = (k, c, b, p)$  的最大概似估計量，則可藉由

求下述四式之聯合解得到  $\hat{\theta}$ ：

$$\partial \ln L(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}) / \partial k = N/k - A(b, c, p) = 0$$

$$\begin{aligned} \partial \ln L(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}) / \partial c &= -p \sum_{i=1}^N (t_i + c)^{-1} - k \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} \left\{ (t_i + c)^{-p} - (t_{i-1} + c)^{-p} \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial \ln L(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}) / \partial b &= -\ln 10 \sum_{i=1}^N (M_i - M_c) + k \times \ln 10 \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} (M_i - M_c) \times \\ &\quad \left\{ (t_i + c)^{1-p} - (t_{i-1} + c)^{1-p} \right\} / (1 - p) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial \ln L(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}) / \partial p &= -\sum_{i=1}^N \ln(t_i + c) - k \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} \times \\ &\quad \left\{ (t_i + c)^{1-p} - (t_{i-1} + c)^{1-p} \right\} / (1 - p)^2 + k \sum_{i=1}^N 10^{-b(M_i - M_c)} \times \\ &\quad \left\{ (t_i + c)^{1-p} \ln(t_i + c) - (t_{i-1} + c)^{1-p} \ln(t_{i-1} + c) \right\} / (1 - p) \\ &= 0 \end{aligned}$$

## 第 3 章 餘震序列經驗貝氏分析

本章將利用 RJ 模型對集集餘震進行經驗貝氏分析。早期資料部分共有十筆餘震序列，如圖 3.1 所示，其時間-頻率圖形、規模-頻率圖形分別列於圖 3.2，詳細資料內容列於表 3.1、表 3.2。近期資料是依據集集主震發生之後兩天內，所有地震規模大於或等於 2.0 的分布決定其空間範圍，最後以東經 120.36 度至 121.76 度、北緯 23.15 度至 24.55 度之地區為近期資料的範圍，如圖 3.3 (a) 所示。在此空間範圍內，分別觀察主震發生之後 10 天內、20 天內、30 天內及 40 天內所有地震規模大於或等於 2.0 之規模-頻率圖形，如圖 3.4 所示。因為集集主震後 10 天內所發生的地震其定位尚未完整，因此我們考慮根據規模大於或等於 4.0 的地震資料分析集集餘震風險。另外，我們將集集主震後 40 天內發生規模 4.0 以上的地震之分布示於圖 3.3(b)。

### 3.1 先驗分配

在經驗貝氏分析中，可以由先驗資訊決定先驗分配。(2.3) 式表示在主震之後  $t$  天時，發生規模大於或等於  $M$  的餘震之發生率。根據早期資料的十筆餘震序列，其 RJ 模型中參數之散佈圖，如圖 3.5 所示，並無明顯的相關，因此假設  $(k, c, b, p)$  相互獨立。所以， $(k, c, b, p)$

的聯合先驗分配可以寫成

$$f(k, c, b, p) = f(k)f(c)f(b)f(p),$$

假設  $k$  的邊際分配服從  $\text{Gamma}(\alpha_k, \lambda_k)$ ，即

$$f(k) = \frac{\lambda_k^{\alpha_k}}{\Gamma(\alpha_k)} k^{\alpha_k-1} e^{-\lambda_k k}, \quad k > 0,$$

同樣地，假設  $c$  和  $b$  的邊際分配分別服從  $\text{Gamma}(\alpha_c, \lambda_c)$  及  $\text{Gamma}(\alpha_b, \lambda_b)$ ，其中  $\alpha_k, \lambda_k, \alpha_c, \lambda_c, \alpha_b, \lambda_b$  均為超參數，其值皆大於零。根據一般經驗，(2.3) 式中的  $p$  值通常不會太大，因此考慮  $p$  的先驗分配為  $\text{uniform}(0,3)$ 。至於先驗分配中超參數的決定，我們可以根據  $k, c, b$  的先驗資訊加以決定。若已知  $k$  的先驗密度函數的平均值為  $m_k$ ，且  $k$  在區間  $(L_k, U_k)$  的機率為  $P_k$ ，即

$$E(k) = m_k \text{ 和 } P(L_k < k < U_k) = P_k, \quad (3.1)$$

則超參數  $(\alpha_k, \lambda_k)$  可以唯一決定。同樣地，若給定

$$E(c) = m_c \text{ 和 } P(L_c < c < U_c) = P_c, \quad (3.2)$$

則超參數  $(\alpha_c, \lambda_c)$  可以唯一決定；若給定

$$E(b) = m_b \text{ 和 } P(L_b < b < U_b) = P_b, \quad (3.3)$$

則超參數  $(\alpha_b, \lambda_b)$  亦可以唯一決定。我們根據早期的十筆餘震序列資料決定先驗訊息，即決定 (3.1)、(3.2)、(3.3) 式中各個需要指定的值，進而估計出各參數之超參數。



在統計計算過程當中，經常會遇到複雜的密度函數，而 Metropolis-Hasting (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970) 演算法是一種不需要利用密度函數，但利用馬可夫鏈 (Markov Chain) 的基本性質，進而疊代衍生出近似樣本的過程，此一過程亦稱為馬可夫鏈蒙地卡羅方法 (Markov Chain Monte Carlo method, 簡稱 MCMC)。本文探討的先驗分配與後驗分配，其密度函數都非常地複雜，因此我們將利用此一演算方法衍生後驗分配的近似樣本。

令後驗分配為  $\pi(\theta | \{(t_i, M_i)\})$ ，固定轉換核 (transition kernel)  $t(\theta, \theta^*)$  為  $\theta$  已知時， $\theta^*$  之密度函數，從中可衍生隨機亂數，經過一連串的疊代過程衍生出近似的後驗分配樣本，然後進一步估計各參數之超參數。

根據 2.3 節中討論的條件概似函數包含四個參數  $(k, c, b, p)$ ，且四個參數皆為正數。首先我們取  $p$  的分配為  $\text{Uniform}(0,3)$ ，對於  $(k, c, b)$  我們選擇互相獨立的多維對數常態分布 (multivariate log-normal distribution)，當作 Metropolis-Hastings 演算法中的轉換核，即

$$t(\theta, \theta^*) = \frac{1}{\theta^* \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln \theta^* - \ln \theta)^2}{2\sigma^2}\right),$$

進一步根據下述步驟，衍生 500 組後驗分配  $\pi(\theta | \{(t_i, M_i)\})$  的近似樣

本，其方法如下：

步驟一：給定  $\theta$  的初始值（initial value）為  $\theta^{(0)}$ ，令  $i=0$ 。

步驟二：給定  $\theta = \theta^{(i)}$ ，由  $t(\theta, \theta^*)$  衍生  $\theta^*$ 。

步驟三：令

$$w(\theta, \theta^*) = \begin{cases} \min \left\{ \frac{\pi(\theta | \{(t_i, M_i)\}) t(\theta^*, \theta)}{\pi(\theta | \{(t_i, M_i)\}) t(\theta, \theta^*)}, 1 \right\} & , \text{ if } \pi(\theta | \{(t_i, M_i)\}) t(\theta, \theta^*) > 0 \\ 1 & , \text{ otherwise.} \end{cases}$$

步驟四：由均勻分布  $\text{uniform}(0,1)$  中隨機產生一個變數  $u$ ，

$$\theta^{(i+1)} = \begin{cases} \theta^* & , \text{ 若 } u \leq w(\theta, \theta^*) \\ \theta & , \text{ 若 } u > w(\theta, \theta^*) \end{cases}$$

步驟五：令  $i=i+1$ ，重複步驟二到步驟五，直到此過程達到收斂。

本節考慮 (2.3) 式 RJ 模型當作點過程中之條件強度函數，並利用早期的十筆餘震序列資料決定 (3.1)、(3.2)、(3.3) 式中各個需要指定的數值，進而估計出各參數分配之超參數，即決定參數的先驗分配。雖然早期的十筆餘震序列資料其特性可能與近期資料不同，但是一筆餘震序列中，其地震之規模與發生頻率均會隨著距離主震的時間越長而遞減，因此，這些早期資料仍然提供一些重要的資訊。根據概似原理（Likelihood Principle；Berger，1985），得知概似函數本身即提供資料對參數的所有訊息，早期資料有十筆餘震序列，可以作為先

驗資訊估計先驗分配。利用這十筆餘震序列所建立的概似函數型式為

$$L(\theta) = L\left(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}_{i=1}^N\right) = \prod_{k=1}^{10} L_k\left(\theta \mid \{(t_j, M_j)\}_{j=1}^{N_k}\right),$$

其中  $N = \sum_{i=1}^{10} N_k$ ，而  $N_k$  是第  $k$  筆餘震序列之餘震總個數。我們將概

似函數產生的訊息具體化，藉以得到關於參數的一些具體訊息。因此

在無資訊先驗（non-informative prior）分配  $\pi^*(\theta) \equiv 1$  之下，其後驗

分配為

$$\pi\left(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}\right) = \frac{L(\theta) \pi^*(\theta)}{\int L(\theta) \pi^*(\theta) d\theta} \propto L(\theta) \times \pi^*(\theta) = L(\theta),$$

即後驗分配與概似函數成比例，我們可以應用 MCMC 方法得到近似

後驗分配的樣本，以估計參數之超參數，進而決定先驗分配。在此我

們以各近似樣本的樣本平均數估計各參數之平均數，結果列於表

3.3；在 (3.1)、(3.2)、(3.3) 式中，給定機率為  $P_k = P_c = P_b = 0.9$  時

，先驗分配中各個需要指定的值（各參數之平均值、L 和 U 兩邊界值）

及各超參數之估計值，列於表 3.4。

## 3.2 後驗分配

給定近期地震資料  $\{(t_i, M_i)\}_{i=1}^N$  時，則  $\theta$  的後驗分配為

$$\pi\left(\theta \mid \{(t_i, M_i)\}\right) \propto L(\theta) \times \pi(\theta)。$$

其中  $\pi(\theta) = f(k, c, b, p) = f(k) f(c) f(b) f(p)$ ，即 3.1 節中所

決定的先驗分配， $\{(t_i, M_i)\}$  則為近期地震資料。在近期資料方面，我們選擇集集主震之後，在東經 120.36 度至 121.76 度、北緯 23.15 度至 24.55 度地區內發生規模 4.0 以上的地震資料，並分成集集主震之後 10 天內、20 天內、30 天內及 40 天內等四個時間範圍來研究，其地震個數依次為 406 個、446 個、466 個及 496 個，分別對這四個時間點的近期資料進行分析。根據 3.1 節中求得之先驗分配，再分別配合這四個時間點的近期資料，以 MCMC 方法衍生出 500 組後驗分配的近似樣本，以估計  $\theta = (k, c, b, p)$  之聯合後驗分配。表 3.5 為分別根據集集主震後 10 天內、20 天內、30 天內及 40 天內的近期資料所估計之近似後驗樣本之平均值、標準差與近期資料之最大概似估計量、標準差。圖 3.6 至圖 3.8 為根據這 500 組樣本所得到的各參數之近似邊際後驗分配 (marginal posterior distribution)。

## 第 4 章 餘震風險之評估

### 4.1 餘震之時間-規模分布

在估計主震之後  $t$  天，發生規模大於或等於  $M$  的餘震之發生率  $\lambda(t, M)$  時，我們可以用最大概似方法估計  $\theta$ ，得到  $\lambda(t, M)$  的 MLE 點估計，記作  $\hat{\lambda}_L(t, M)$ 。我們也可以將 500 組  $\theta$  的近似後驗樣本點

$$\theta_1 = (k_1, c_1, b_1, p_1)$$

$$\theta_2 = (k_2, c_2, b_2, p_2)$$

⋮

$$\theta_{500} = (k_{500}, c_{500}, b_{500}, p_{500})$$

，分別代入在主震之後  $t$  天時之  $\lambda(t, M)$  中，得到  $\lambda(t, M)$  的近似後驗分配，然後求得  $\lambda(t, M)$  的貝氏估計，即  $\lambda(t, M)$  的近似後驗平均值

$$\hat{\lambda}_{B_1}(t, M) = \sum_{i=1}^{500} \lambda_i(t, M) / 500。$$

如此，不僅能得到  $\lambda(t, M)$  的貝氏估計，也能求得其可信域 (credible set)。當然，也可以依照 Peruggin 和 Santner (1996) 的建議，將  $\theta$  的近似後驗分配樣本平均值  $\sum_{i=1}^{500} \theta / 500$  代入  $\lambda(t, M)$  中，得到  $\lambda(t, M)$  的點估計，記作  $\hat{\lambda}_{B_2}(t, M)$ 。

根據主震發生後  $t$  天內的地震資料配適 RJ 模型，可以求得未來  $\Delta t$  天發生規模 4.0 以上餘震之期望個數。在此，我們利用貝氏分析方法與最大概似估計方法配適 RJ 模型，分別求得  $\hat{\lambda}_{B_2}(t, M)$  及  $\hat{\lambda}_L(t, M)$ ，其中  $t$  分別為 10 天、20 天、30 天及 40 天， $\Delta t$  分別為 3 天、7 天、10 天。利用預測均方誤差，即  $\sum_{i=1}^{\Delta t} (o_i - p_i)^2 / \Delta t$ ，其中  $o_i$  為未來  $\Delta t$  天實際發生規模 4.0 以上餘震之個數， $p_i$  則為未來  $\Delta t$  天發生規模 4.0 以上餘震之期望個數，此即為平均每日實際發生餘震個數與期望發生餘震個數之平方差異。分別利用  $\hat{\lambda}_{B_2}(t, M)$  與  $\hat{\lambda}_L(t, M)$  預測未來 3 天、7 天及 10 天發生規模 4.0 以上餘震之期望個數，並與實際發生規模 4.0 以上餘震個數比較，其均方差異列於表 4.1。在此僅將  $\Delta t$  為 7 天的配適結果示於圖 4.1。表 4.1 與圖 4.1 顯示貝氏分析方法與最大概似估計方法在短期時間內都有不錯的配適結果，即可以預測短期內餘震發生個數。另外，值得注意的是根據主震後 30 天內的地震資料配適 RJ 模型，不論在預測未來 3 天、7 天或 10 天餘震發生個數時，其預測均方誤差均較大，而觀察研究範圍內主震後 31 天左右的地震資料，有兩次規模 6.0 以上的地震發生，且在此時段內餘震發生頻率升高，因此在預測未來 3 天、7 天及 10 天，發生規模 4.0 以上餘震之期望個數均較實際發生規模 4.0 以上餘震個數為少。

時間-規模頻率模型亦可以提供我們計算主震之後某一時段 ( $t, t+s$ ) 天內，發生至少一件餘震規模大於或等於  $M$  之機率，其求法如下

$$P = 1 - \exp\left\{-\int_t^{t+s} \lambda(u, M) du\right\}。$$

在此提供下列各時段 ( $t, t+s$ ) 發生餘震規模 5.0 以上之機率，如表 4.2 所示。由表 4.2 得知在研究範圍內其未來 10 天內發生規模 5.0 以上的餘震之可能性，仍然很高。

在即時監測餘震風險方面，我們以逐天代入資料方法，估計未來某一時間時發生至少規模為  $M$  的餘震之發生率，也就是只考慮使用主震之後  $t$  天內的餘震資料 (近期資料)，估計在時間  $t + \Delta t$  天時發生至少規模為  $M$  的餘震之發生率  $\lambda(t + \Delta t, M)$ 。我們探討當  $\Delta t$  為 3 天、7 天、10 天時，發生規模至少為 4.0 的餘震之發生率，將  $\ln \hat{\lambda}_{B_1}(t + \Delta t, M)$ 、 $\ln \hat{\lambda}_{B_2}(t + \Delta t, M)$  及  $\ln \hat{\lambda}_L(t + \Delta t, M)$  對  $t$  的圖形示於圖 4.2。觀察圖 4.2，我們發現  $\ln \hat{\lambda}_{B_1}(t + \Delta t, M)$ 、 $\ln \hat{\lambda}_{B_2}(t + \Delta t, M)$  及  $\ln \hat{\lambda}_L(t + \Delta t, M)$  皆隨著距離主震的時間越長而遞減，這是因為隨著距離主震的時間越長，地震能量逐漸釋放，餘震的發生率會減小，但是當有較大規模的餘震發生之後，餘震的發生率會再上升。另外， $\ln \hat{\lambda}_{B_1}(t + \Delta t, M)$  與  $\ln \hat{\lambda}_{B_2}(t + \Delta t, M)$  相差不大，但與  $\ln \hat{\lambda}_L(t + \Delta t, M)$  比較，則差異較大。

我們考慮當規模  $M$  為 4.0， $\Delta t$  為 3 天、7 天、10 天時， $\ln \hat{\lambda}_{B_2}(t + \Delta t, M)$  對  $t$  的圖形，並與實際發生餘震之規模相對應，如圖 4.3 所示，並將集集主震之後 100 天內發生規模 5.0 以上的地震資料列於表 4.3，發現強震之後，餘震之發生率會上升。

## 4.2 餘震風險空間分布

本節利用空間格點 (spatial-grid)，在研究範圍內 (即東經 120.36 度至 121.76 度、北緯 23.15 度至 24.55 度之地區)，橫軸每 20 公里為一單位，縱軸每 20 公里為一單位，以格子點為中心點，取最近的 100 個餘震資料配適 RJ 模型，並利用移動視窗方法探討不同空間中，在主震之後 ( $t, t+7$ ) 天內，發生至少一件餘震規模大於或等於 5.0 的機率，其中  $t$  分別為主震後 10 天、20 天、30 天及 40 天，如圖 4.4 所示。除集集主震該點外，其餘為主震之後 ( $t, t+7$ ) 天內實際發生餘震規模大於或等於 5.0 的位置點。觀察圖 4.4，當  $t$  為 30、40 天時，因未來 7 天內實際發生規模 5.0 以上餘震之位置點附近，其近期地震資料極少，因此無法正確評估此位置點附近的餘震風險。圖 4.4 顯示集集主震附近區域在未來 7 天內發生規模 5.0 以上餘震的機率並不高，而集集主震以東的區域則有較高的值，表示集集主震以東的區域在未來 7 天內發生大規模餘震的風險較高。



## 第 5 章 結語與未來研究方向

本文主要根據 Reasenberg 和 Jones (1989) 提出的 RJ 模型，當作點過程中的條件強度函數，分別用最大概似估計方法和經驗貝氏方法估計台灣餘震風險。在經驗貝氏方法中，我們先蒐集台灣過去十筆餘震序列 (1978~1998)，並利用這些資料決定參數之先驗分配，進而估計後驗分配，配適 RJ 模型，探討集集餘震之風險。如果選擇的先驗分配愈接近實際分配，則其預測結果應會有所改善。而在 3.1 節中，根據台灣過去的十筆餘震序列，其 RJ 模型中的參數，彼此之間的關係並不明顯，因此，本文假設此模型參數彼此之間相互獨立，考慮較簡單的參數之聯合密度函數。日後可以探討此模型參數間的關係，修正參數先驗密度函數之假設，改進先驗分配結果。

另外，觀察 RJ 模型，我們探討在主震發生後  $t$  天時，發生規模大於或等於  $M$  的餘震之發生率，此模型並沒有考慮到主震後  $t$  天內所有的餘震，其規模大小與發生時間點是否影響到主震之後  $t$  天時發生規模大於或等於  $M$  的餘震之發生率。Hawkes (1971) 以一個自我激發過程 (self-exciting process)，考慮在發震時間為  $\{t_i\}_{i=1}^N$  與其對應的地震規模為  $\{M_i\}_{i=1}^N$  的觀測地震資料下，在時間  $t$  時的條件強度函數為

$$\lambda(t; \theta) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) c(M_i),$$

$g(t - t_i)$  為時間影響部分、 $c(M_i)$  為地震規模影響部分，這就是基準發生率為  $\mu$  的流病模型。此流病模型中考慮到累積過去時間中，已發生地震規模大於或等於  $M_c$  (研究中地震資料的最小規模下界)，在時間  $t$  時引發餘震之發生率。因此，可以考慮以流病模型為點過程中的條件強度函數，當作建構模型的基礎，評估餘震之風險，這些都是有待探討的課題。

## 参考文献

- [1] Bender, B. (1983) "Maximum likelihood estimation of  $b$  values for magnitude grouped data, " *Bulletin of the Seismological of America*, 73, 831-851.
- [2] Gutenberg, B., and C. F. Richter(1954): *Seismicity of the Earth*, 2nd ed., Princeton University, Princeton, New Jersey.
- [3] Hastings, W. K. (1970) "Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, " *Biometrika*, 57, 97-109.
- [4] Hawkes, A. G. (1971) "Point spectra of some mutually exciting point processes, " *Journal of the Royal Statistical Society. Ser. B*, 33, 438-443.
- [5] Kisslinger, C., and Jones, L. M. (1991) "Properties of Aftershock Sequences in Southern California, " *Journal of Geophysical Research*, 96, B7, 11,947-11,958.
- [6] Lomnitz, C., and Nava, F. A. (1983) "The predictive value of seismic gaps. " *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73,1815-1824.
- [7] Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Teller, A. H., and Teller, E. (1953) "Equation of state calculations by fast computing machines., " *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1091.
- [8] Mogi, K., (1962) "Magnitude-frequency relation for elastic shocks Accompanying fractures of various materials and some related problems in earthquakes, " *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, 40, 831-853.
- [9] Ogata, Y. (1983) "Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum

- likelihood procedure, ” *Journal of Physics of the earthquake*, 31, 115-124.
- [10] Ogata, Y. (1988) “Statistical models for earthquake occurrence and Residuals analysis for point processes, ” *Journal of the American Statistical Association*, 83, 9-27.
- [11] Ogata, Y. (1989) “Statistical model for standard seismicity and detection of Anomalies by residual analysis, ” *Tectonophysics*, 169, 159-174.
- [12] Peruggia, M. and Santner, T. (1996) “Bayesian analysis of time evolution of earthquakes, ” *Journal of the American Statistical Association*, 91, 1209-1218.
- [13] Rabinowitz, N. and Steinberg, D. M. (1998) “Aftershock Decay of three recent strong earthquakes in the Levant,” *Bulletin of the Seismological of America*, 88, 1580-1587.
- [14] Reasenber, P. A., and Jones, L. M.(1989) “Earthquake hazard after a mainshock in California,” *Science*, 243, 1173-1176.
- [15] Reasenber, P. A., and Jones, L. M. (1990) “California aftershock model uncertainties,” *Science*, 247, 343-345.
- [16] Reasenber, P. A., and Jones, L. M. (1990) “California aftershock hazard forecasts,” *Science*, 247, 345-346.
- [17] Reasenber, P. A., and Jones, L. M. (1994) “ Earthquake Aftershocks : Update,” *Science*, 265, 1251-1252.
- [18] Stefan, W. and Katsumata, K. (1999) “Spatial variability of seismicity parameters in aftershock zones, ” *Journal of Geophysical Research*, 104, 13,135-13,151.
- [19] Utsu, T. (1961) “A statistical study on the occurrence of aftershocks, ” *The Geophysical Magazine*, 30, 4, 521-605.

- [20] Wiemer, S., and Katsumata, K. (1999) "Spatial Variability of Seismicity Parameters in Aftershock Zones, " *Journal of Geophysical Research*, 104, B6, 13,135-13,151.
- [21] Wiemer, S. (2000) "Introducing probabilistic aftershock hazard mapping, " *Geophys. Res. Lett.*, 27, 3405-3408.
- [22] 林志勳 (1999)：花蓮地區地震資料之經驗貝氏分析。國立中央大學統計研究所碩士論文。
- [23] 林秋萍 (2001)：最大餘震發生時間之統計分析。國立中央大學統計研究所碩士論文。
- [24] 郭盈男 (2001)：台灣地區地震資料之經驗貝氏分析。國立中央大學統計研究所碩士論文。
- [25] 陳春樹 (2001)：最大餘震規模之統計分析。國立中央大學統計研究所碩士論文。
- [26] 盧裕鵬 (2000)：集集餘震之統計研究。國立中央大學統計研究所碩士論文。

## 附錄 1 圖表

表 3.1：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之主震震源參數

編號	年	月	日	時	分	秒	經度	緯度	深度	規模
1	1978	07	23	14	42	38.18	121.33	22.35	6.10	7.40
2	1983	05	10	00	15	03.77	121.51	24.46	1.23	6.00
3	1986	07	30	11	31	47.53	121.79	24.63	1.55	5.82
4	1986	11	14	21	20	04.52	121.83	23.99	15.00	6.80
5	1991	03	12	06	04	06.14	120.07	23.25	12.26	5.67
6	1993	12	15	21	49	43.10	120.52	23.21	12.50	5.70
7	1994	06	05	01	09	30.09	121.84	24.46	5.30	6.20
8	1995	06	25	06	59	07.09	121.67	24.61	39.88	6.50
9	1996	09	05	23	42	07.88	121.37	22.00	14.76	7.07
10	1998	07	17	04	51	14.09	120.66	23.50	2.80	6.20

表 3.2：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列配適 RJ 模型，其參數之最大概似估計

編號	主震規模 (Mm)	規模下界 (Mc)	RJ 模式				餘震個數 (N)	時間範圍 (day)
			$\hat{k}$	$\hat{c}$	$\hat{b}$	$\hat{p}$		
1	7.40	3.91	43.44	0.362	1.12	1.26	152	60
2	6.00	2.50	30.91	0.034	1.30	1.16	217	25
3	5.82	2.33	17.31	0.038	1.17	1.08	118	15
4	6.80	3.31	331.69	1.068	1.06	1.16	965	100
5	5.67	3.30	16.43	0.101	1.02	0.89	90	25
6	5.70	2.20	15.30	0.005	1.02	1.04	115	20
7	6.20	2.70	100.55	0.051	0.96	1.01	751	65
8	6.50	3.00	10.34	0.003	0.99	0.95	98	80
9	7.07	3.58	33.45	0.041	1.19	1.07	198	55
10	6.20	2.70	10.61	0.006	1.16	1.03	77	50

表 3.3：RJ 模型各參數的近似先驗分配樣本之平均值

參數	k	c	b	p
平均值	97.031	0.113	0.935	0.993
標準差	23.749	0.061	0.156	0.109

表 3.4：RJ 模型各參數的先驗分配中所需指定之值及對應之超參數值

參數	指定值			超參數	
	m	L	U	$\alpha$	$\lambda$
k	97.031	63.127	144.015	16.257	0.168
c	0.113	0.040	0.231	3.887	34.485
b	0.935	0.672	1.178	36.427	38.941

表 3.5：近似後驗樣本之平均值、標準差與近期資料之最大概似估計、標準差

集集主震後	參數	k	c	b	p
10 天	後驗平均值	100.1480	0.0916	0.6426	1.2655
	標準差	22.1743	0.0258	0.1397	0.2029
	MLE	81.3375	0.0954	0.7062	1.1463
	標準差	27.5490	0.0300	0.0854	0.0721
20 天	後驗平均值	98.7161	0.0929	0.6595	1.1643
	標準差	22.0091	0.0232	0.1384	0.1742
	MLE	81.6611	0.0913	0.7274	1.1371
	標準差	26.7786	0.0265	0.0831	0.0548
30 天	後驗平均值	102.1617	0.0892	0.5469	1.1570
	標準差	17.5722	0.0185	0.0998	0.1278
	MLE	81.0339	0.0936	0.7233	1.1428
	標準差	26.0093	0.0245	0.0812	0.0490
40 天	後驗平均值	97.8584	0.0758	0.5588	1.0791
	標準差	17.0010	0.0152	0.0975	0.1205
	MLE	79.1450	0.0779	0.7232	1.0866
	標準差	24.0797	0.0004	0.0060	0.0017

表 4.1：貝氏估計方法與最大概似估計方法之預測餘震個數均方誤差

集集主震後	方法	$\Delta t$		
		3	7	10
10 天	最大概似估計	3.379	1.201	11.533
	貝氏估計	1.325	4.798	8.346
20 天	最大概似估計	0.597	20.156	4.3984
	貝氏估計	1.481	23.997	6.3639
30 天	最大概似估計	27.269	50.205	41.225
	貝氏估計	46.713	35.379	43.856
40 天	最大概似估計	4.331	21.286	8.746
	貝氏估計	4.404	21.881	9.224



表 4.2：在時段  $(t, t+s)$  發生規模 5.0 以上餘震之機率

(a) 最大概似估計方法

t	s		
	3	7	10
10	0.95	0.99	1.00
20	0.75	0.95	0.98
30	0.59	0.86	0.93
40	0.54	0.82	0.91

(b) 貝氏分析方法

t	s		
	3	7	10
10	0.96	1.00	1.00
20	0.84	0.99	0.99
30	0.69	0.96	0.97
40	0.57	0.86	0.92

表 4.3：集集主震之後 100 天內規模 5.0 以上的地震資料

年	月	日	時	分	秒	緯度	經度	深度	規模	時間
1999	9	20	17	49	40.07	23.98	120.83	19.74	6.07	0.0017
1999	9	20	17	51	35.38	24.09	121.04	6.16	5.97	0.0030
1999	9	20	17	55	23.08	24.24	121.33	10.63	5.30	0.0056
1999	9	20	17	57	15.58	23.91	121.04	7.68	6.44	0.0069
1999	9	20	17	58	55.13	23.91	121.06	6.97	5.71	0.0081
1999	9	20	17	59	28.81	24.29	120.91	24.74	5.48	0.0085
1999	9	20	18	2	19.81	24.23	121.13	7.10	5.41	0.0105
1999	9	20	18	3	41.57	23.80	120.86	9.75	6.60	0.0114
1999	9	20	18	5	54.01	23.95	120.77	13.04	5.24	0.0129
1999	9	20	18	11	27.86	23.95	121.00	17.78	5.13	0.0168
1999	9	20	18	11	54.21	23.86	121.07	12.49	6.70	0.0171
1999	9	20	18	15	42.59	23.72	120.97	9.45	5.29	0.0198
1999	9	20	18	16	17.95	23.86	121.04	12.53	6.66	0.0202
1999	9	20	18	21	28.74	23.96	121.10	25.63	5.22	0.0238
1999	9	20	18	26	10.88	23.86	120.91	12.58	5.20	0.0270
1999	9	20	18	28	2.50	23.84	121.03	9.04	5.20	0.0283
1999	9	20	18	32	55.21	23.82	121.02	12.36	5.07	0.0317
1999	9	20	19	28	43.36	23.90	120.97	8.51	5.06	0.0705
1999	9	20	19	40	32.73	23.54	120.92	8.99	5.28	0.0787
1999	9	20	19	43	2.48	23.92	121.12	7.00	5.07	0.0804
1999	9	20	19	57	52.82	24.02	120.85	10.40	5.19	0.0907
1999	9	20	20	2	16.30	23.97	120.78	5.25	5.35	0.0938
1999	9	20	20	21	59.68	24.10	121.02	6.67	5.22	0.1075
1999	9	20	20	40	3.82	23.96	121.34	5.15	5.12	0.1200
1999	9	20	20	43	48.75	23.76	121.33	8.77	5.21	0.1226
1999	9	20	21	15	25.05	23.77	121.34	9.87	5.10	0.1446
1999	9	20	21	24	34.67	23.97	121.04	10.41	5.11	0.1509
1999	9	20	21	41	22.91	23.61	120.58	13.72	5.15	0.1626
1999	9	20	21	46	38.11	23.58	120.86	8.57	6.59	0.1662
1999	9	20	21	54	47.40	23.62	120.82	4.83	5.33	0.1719
1999	9	20	22	22	46.46	23.56	120.87	9.42	5.15	0.1913
1999	9	20	23	18	13.21	23.45	120.91	9.57	5.10	0.2298
1999	9	21	0	45	40.93	23.87	120.99	9.07	5.12	0.2906
1999	9	21	3	31	49.08	23.99	121.02	7.60	5.18	0.4059
1999	9	21	7	6	2.61	23.83	121.39	12.86	5.24	0.5547
1999	9	21	11	7	42.20	23.67	120.84	8.37	5.11	0.7225
1999	9	21	15	28	10.39	23.61	120.84	8.38	5.15	0.9034
1999	9	21	17	38	35.57	23.84	121.31	17.67	5.21	0.9940
1999	9	21	18	18	37.57	24.20	121.02	10.00	5.23	1.0218
1999	9	21	22	17	1.52	23.93	121.38	11.67	5.19	1.1873
1999	9	22	0	14	40.77	23.83	121.05	15.59	6.80	1.2690

表 4.3 (續)：集集主震之後 100 天內規模 5.0 以上的地震資料

年	月	日	時	分	秒	緯度	經度	深度	規模	時間
1999	9	22	0	25	43.42	23.74	120.99	6.77	5.09	1.2767
1999	9	22	0	49	42.88	23.76	121.02	8.95	6.29	1.2934
1999	9	22	0	49	43.45	23.76	121.03	17.38	6.20	1.2934
1999	9	22	0	51	9.69	23.73	121.03	23.52	5.30	1.2944
1999	9	22	1	28	47.99	23.76	121.01	24.36	5.00	1.3205
1999	9	22	2	19	29.61	23.79	121.39	11.97	5.40	1.3557
1999	9	22	12	17	20.96	23.74	120.98	24.02	6.00	1.7709
1999	9	22	12	17	21.08	23.73	120.99	23.48	6.01	1.7709
1999	9	23	0	46	2.98	24.22	121.21	1.82	5.20	2.2908
1999	9	23	5	42	49.69	23.96	121.00	9.32	5.39	2.4969
1999	9	23	12	44	33.69	23.91	121.08	6.47	5.74	2.7898
1999	9	23	18	50	37.58	23.62	120.81	2.00	5.08	3.0440
1999	9	23	21	39	0.10	24.00	121.34	1.37	5.36	3.1609
1999	9	24	3	38	24.75	24.15	120.98	1.03	5.23	3.4105
1999	9	25	4	19	12.38	24.28	121.25	10.81	5.18	4.4388
1999	9	25	8	43	29.25	23.68	120.96	6.86	5.85	4.6224
1999	9	25	21	54	5.52	23.61	120.83	3.18	5.12	5.1714
1999	9	25	23	52	49.63	23.85	121.00	12.06	6.80	5.2539
1999	9	27	4	3	22.39	24.25	121.22	0.86	5.29	6.4279
1999	9	27	4	11	46.06	24.28	121.20	6.16	5.18	6.4337
1999	9	27	7	0	40.74	24.16	121.25	4.48	5.16	6.5510
1999	9	27	7	28	19.69	24.15	121.26	4.28	5.23	6.5702
1999	9	27	11	55	4.21	23.74	121.33	6.76	5.61	6.7554
1999	9	27	18	9	57.85	23.80	121.33	6.85	5.04	7.0158
1999	9	28	5	53	49.56	23.98	120.67	10.88	5.08	7.5046
1999	9	30	1	3	59.80	24.26	121.08	3.02	5.33	9.3033
1999	9	30	9	52	39.02	23.29	120.64	1.46	5.03	9.6704
1999	9	30	19	1	58.46	23.96	120.96	6.38	5.00	10.0519
1999	10	1	12	54	10.28	23.69	120.91	5.21	5.12	10.7965
1999	10	4	12	26	15.39	23.79	120.93	8.31	5.05	13.7771
1999	10	5	12	18	17.37	23.84	121.00	9.92	5.01	14.7715
1999	10	13	1	39	46.88	23.96	121.34	1.92	5.04	22.3281
1999	10	18	15	31	26.87	23.95	121.33	4.31	5.05	27.9057
1999	10	18	16	0	45.89	23.70	121.03	23.77	5.15	27.9260
1999	10	22	2	18	56.90	23.52	120.42	16.59	6.40	31.3553
1999	10	22	3	10	17.46	23.53	120.43	16.74	6.00	31.3910
1999	10	23	17	8	3.04	23.50	120.46	12.41	5.08	32.9728
1999	10	30	8	27	49.50	24.02	121.32	14.36	5.15	39.6115
1999	11	1	17	53	2.25	23.36	121.73	31.33	6.90	42.0040
1999	11	15	7	25	21.97	23.50	120.51	7.03	5.06	55.5681
1999	11	17	7	35	9.95	24.02	120.64	9.55	5.29	57.5749
1999	11	28	21	25	50.24	23.33	120.93	2.47	5.06	69.1518

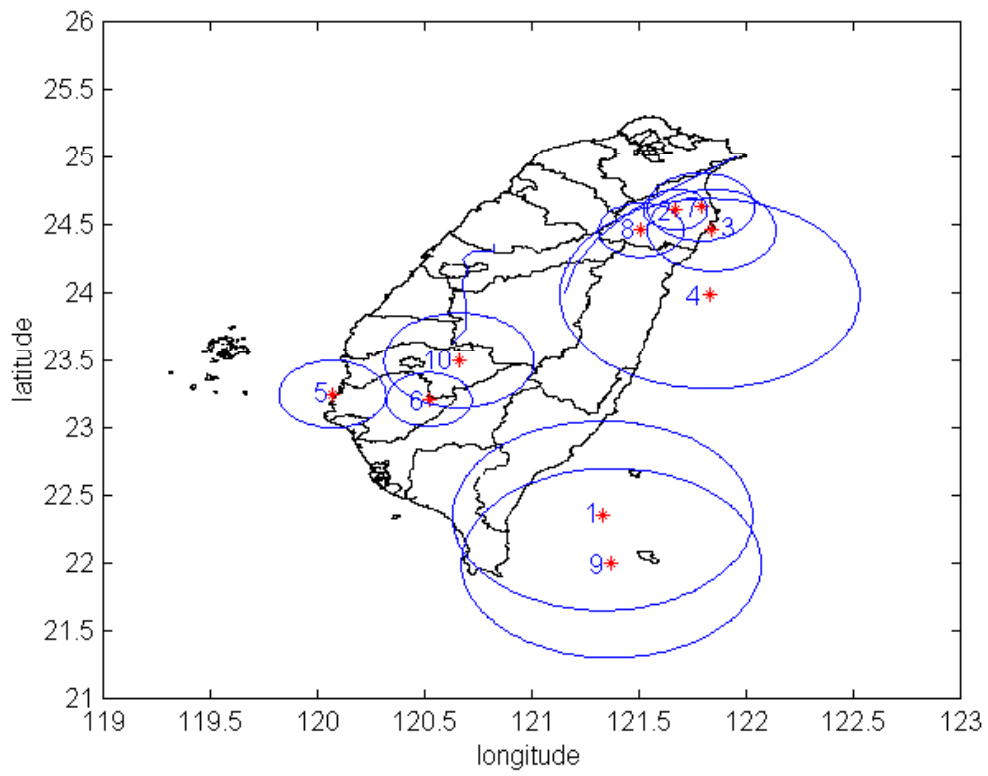
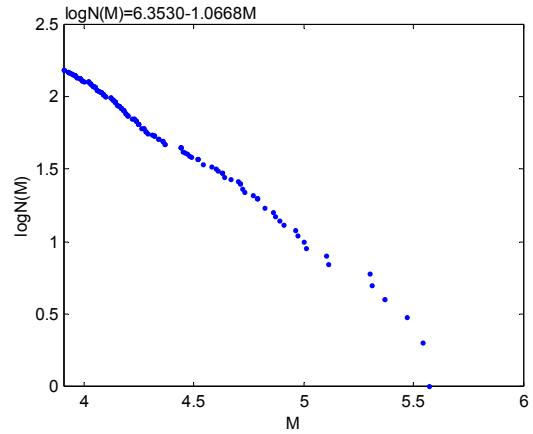
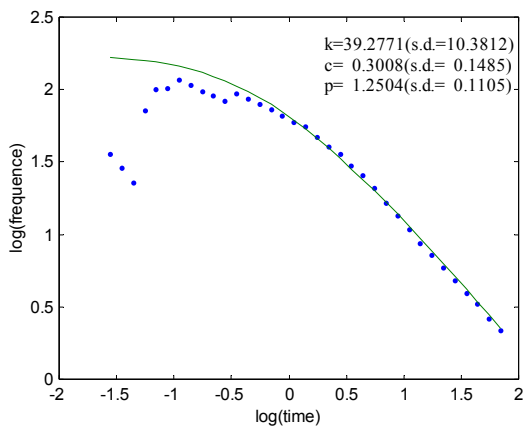
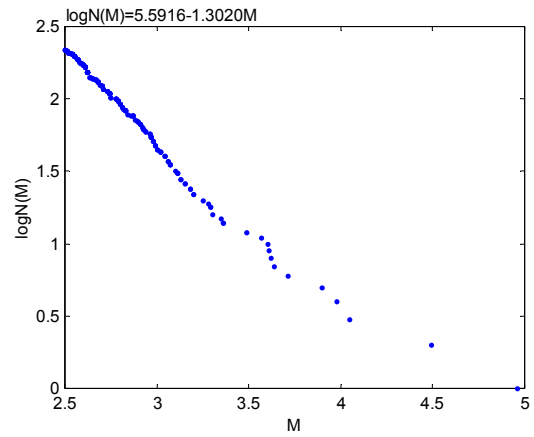
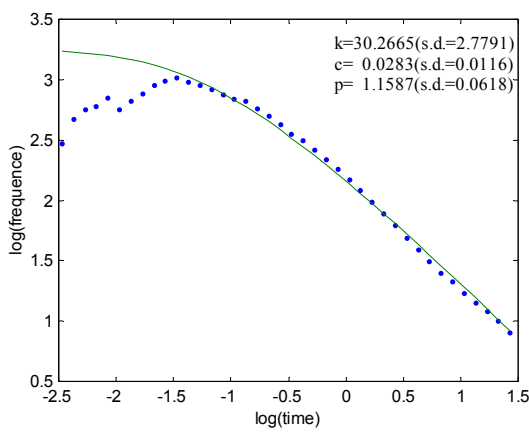


圖 3.1：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之空間分布

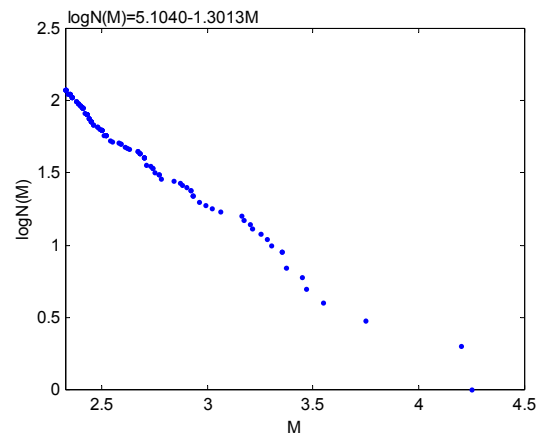
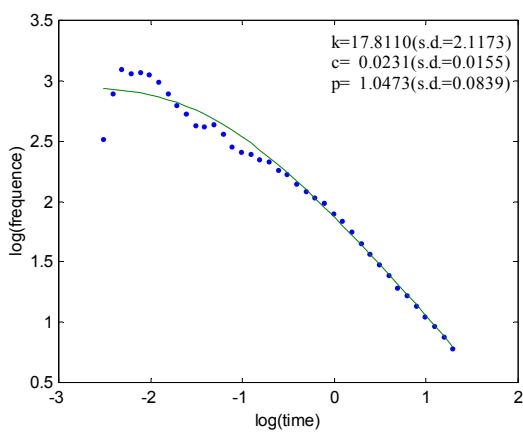
(1) 1978/07/23 (規模=7.40, 東經 121.33 度, 北緯 22.35 度)



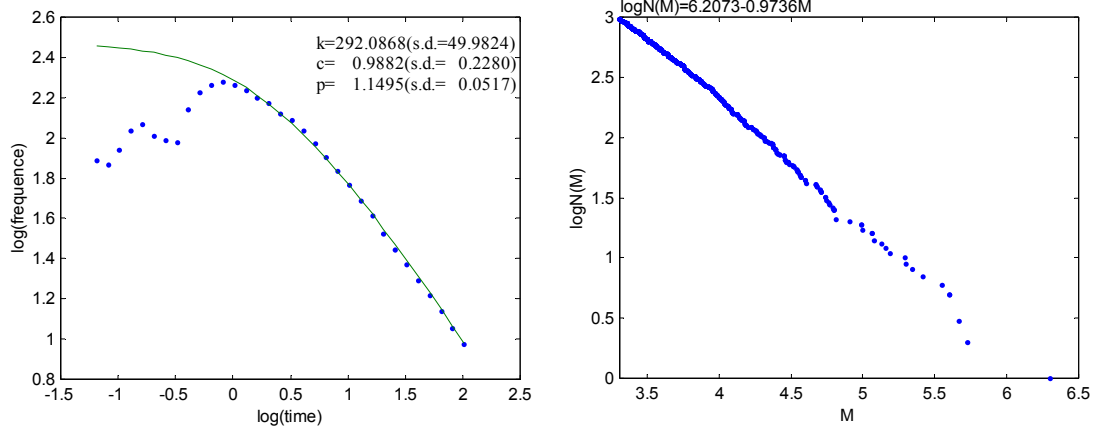
(2) 1983/05/10 (規模=6.00, 東經 121.51 度, 北緯 24.46 度)



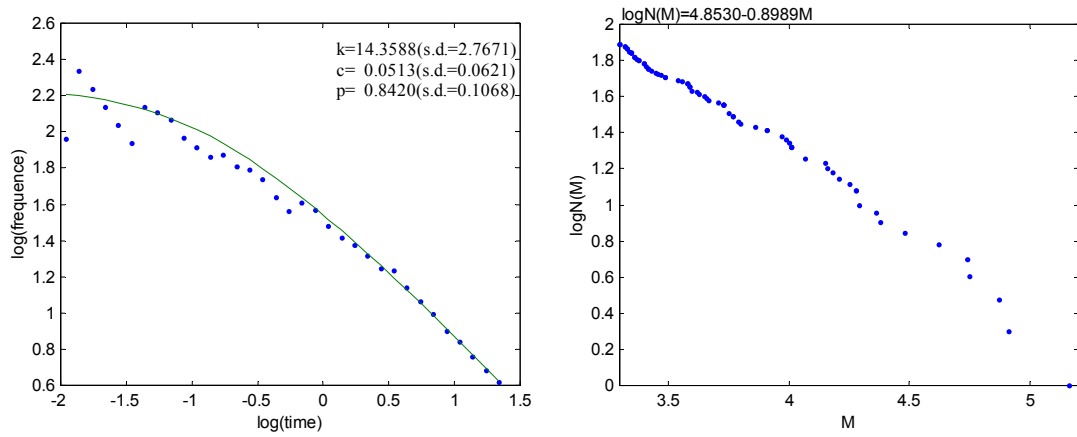
(3) 1986/07/30 (規模=5.82, 東經 121.79 度, 北緯 24.63 度)



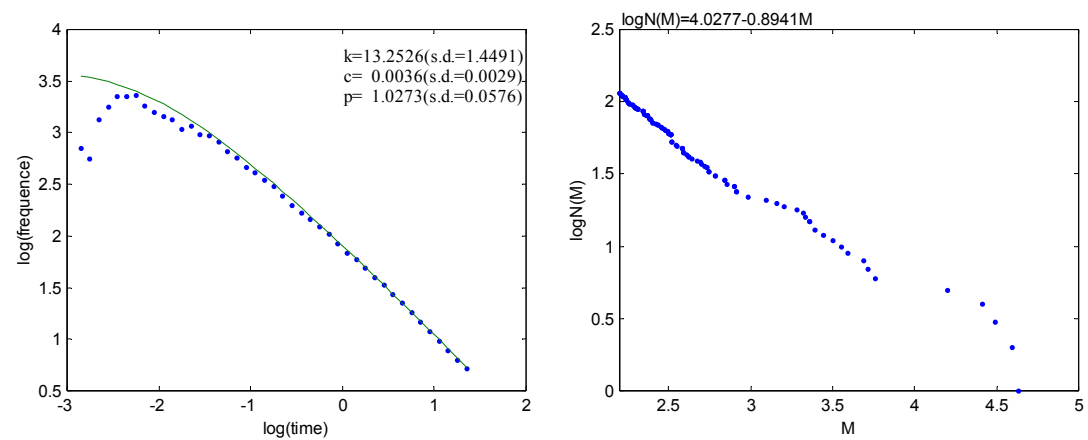
(4) 1986/11/14 (規模=6.80, 東經 121.83 度, 北緯 23.99 度)



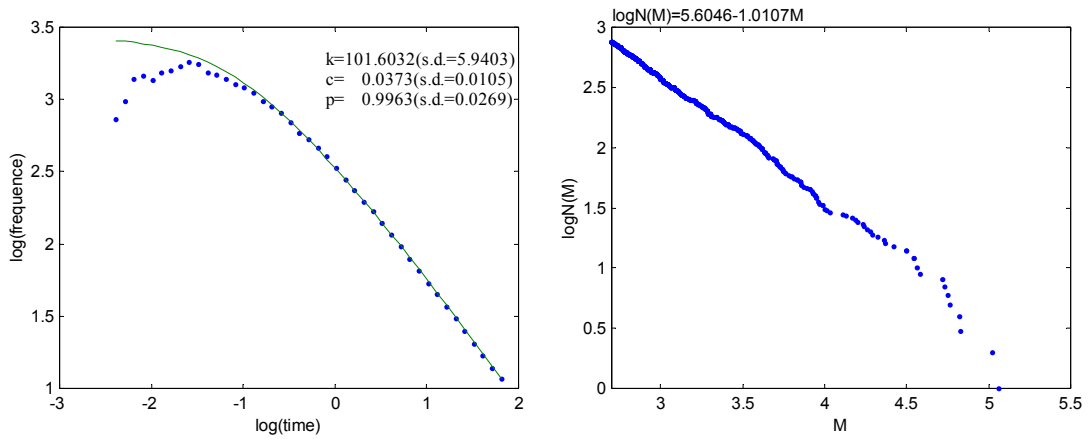
(5) 1991/03/12 (規模=5.67, 東經 120.07 度, 北緯 23.25 度)



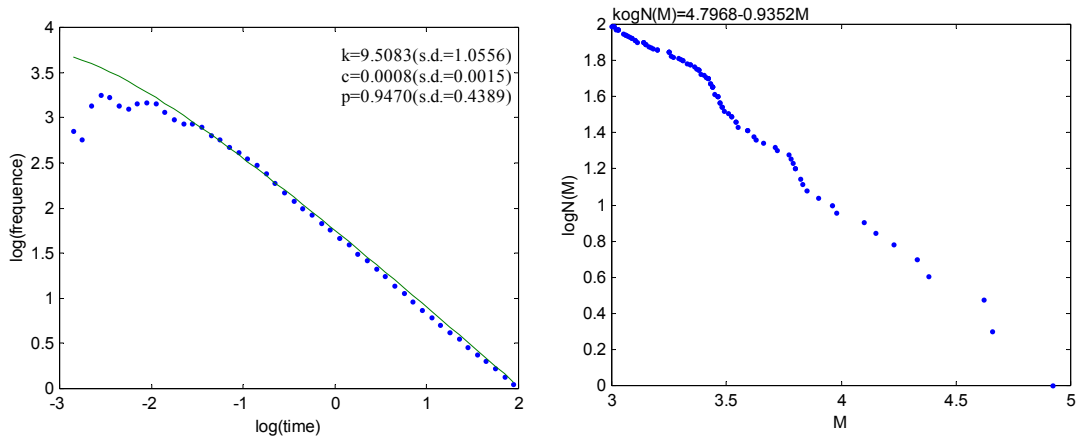
(6) 1993/12/15 (規模=5.70, 東經 120.52 度, 北緯 23.21 度)



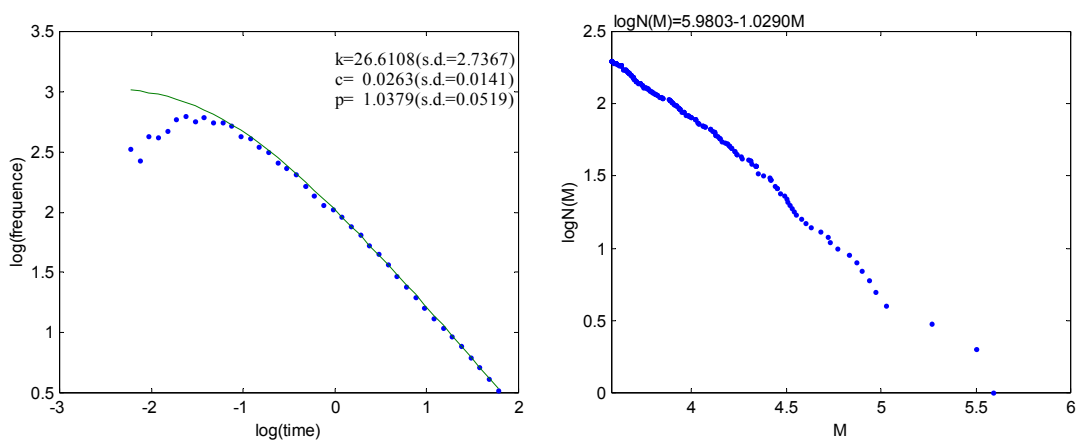
(7) 1994/06/05 (規模=6.20, 東經 121.84 度, 北緯 24.46 度)



(8) 1995/06/25 (規模=6.50, 東經 121.67 度, 北緯 24.61 度)



(9) 1996/09/05 (規模=7.07, 東經 121.37 度, 北緯 22.00 度)



(10) 1998/07/17 (規模=6.20, 東經 120.66 度, 北緯 23.50 度)

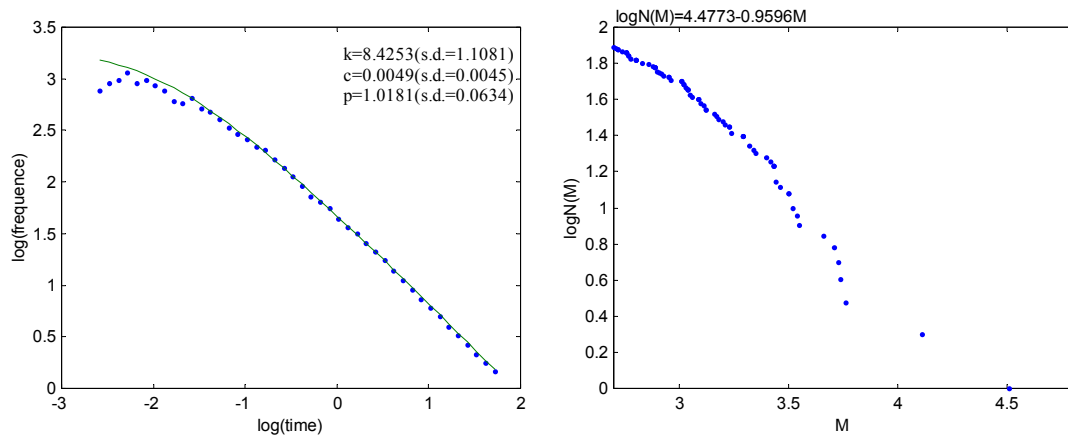
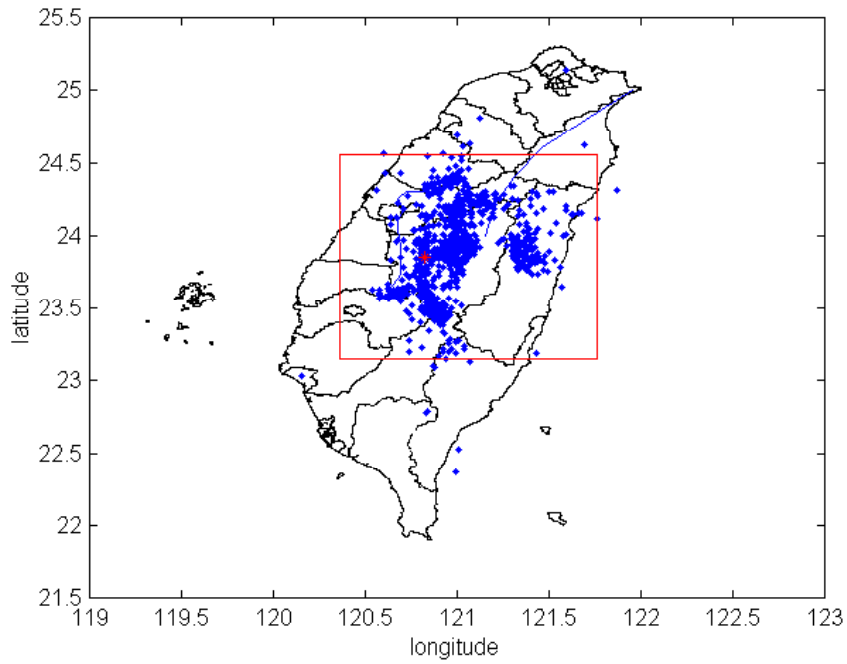


圖 3.2：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列之時間-頻率、規模-頻率圖形



(a)



(b)

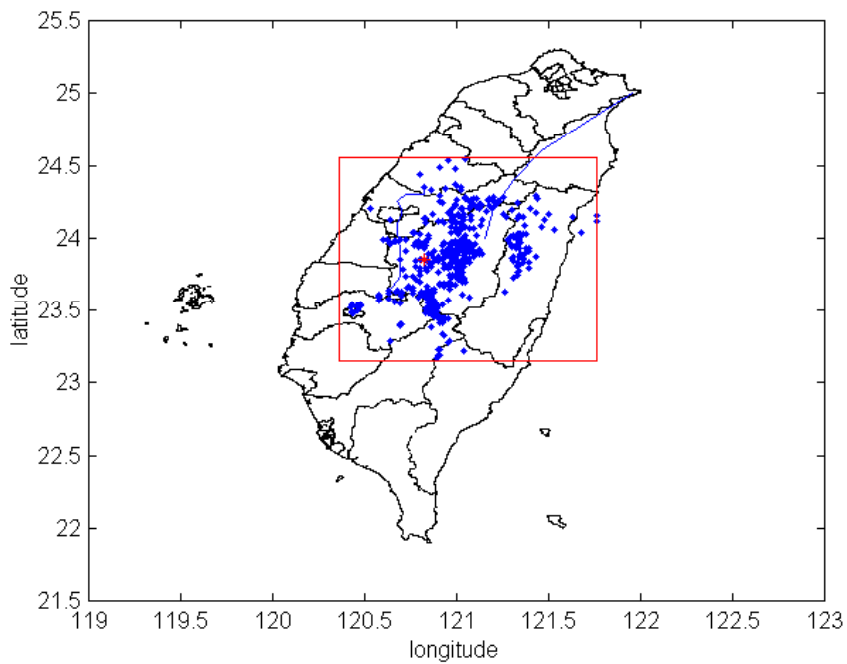


圖 3.3 : (a) 集集主震之後 2 天內發生規模 2.0 以上的地震分布，方框為近期資料的空間範圍 (b) 集集主震之後 40 天內發生規模 4.0 以上的地震分布

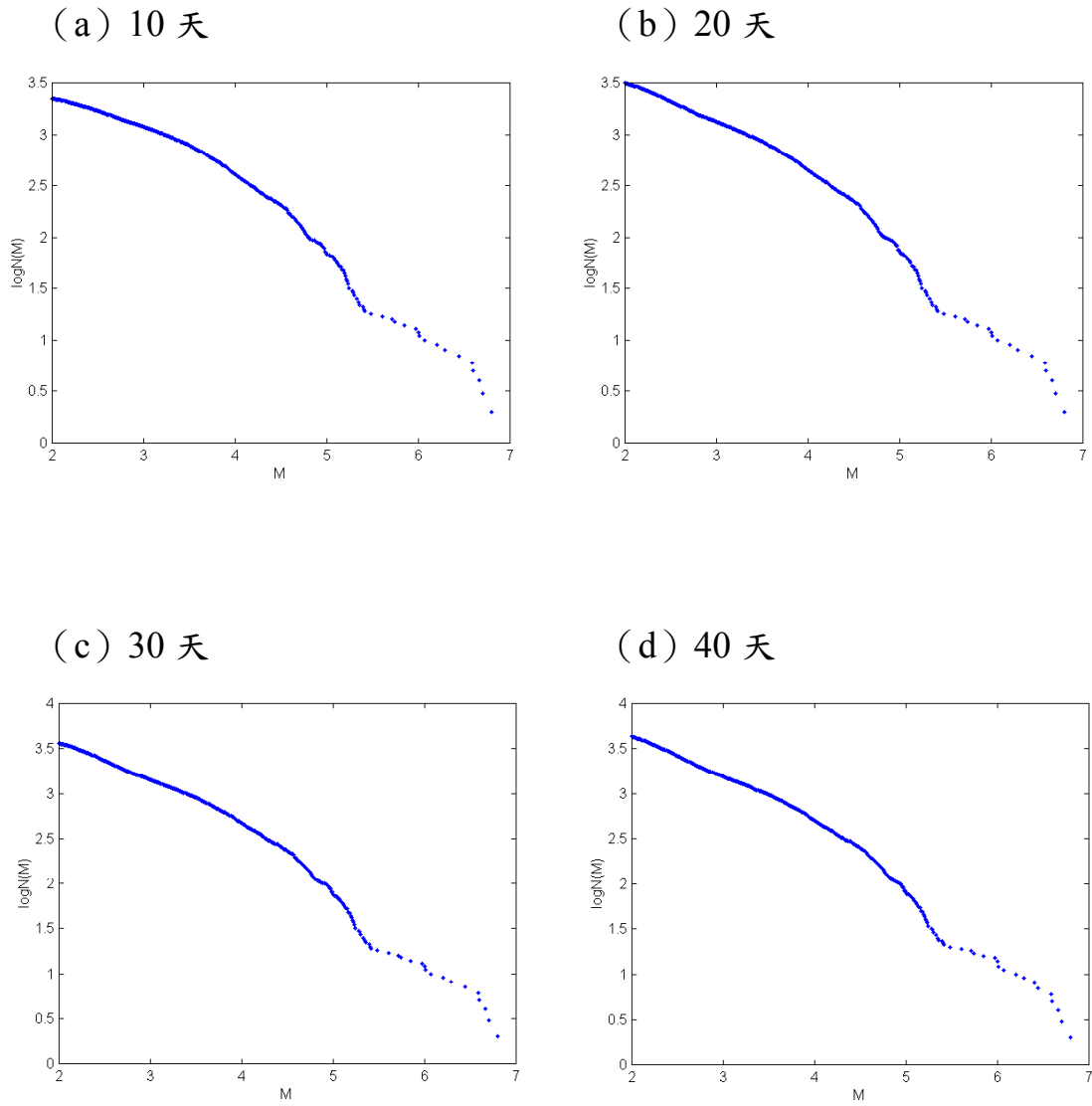


圖 3.4：集集主震之後 (a) 10 天內 (b) 20 天內 (c) 30 天內 (d) 40 天內，所有地震規模大於或等於 2.0 之規模-頻率圖形

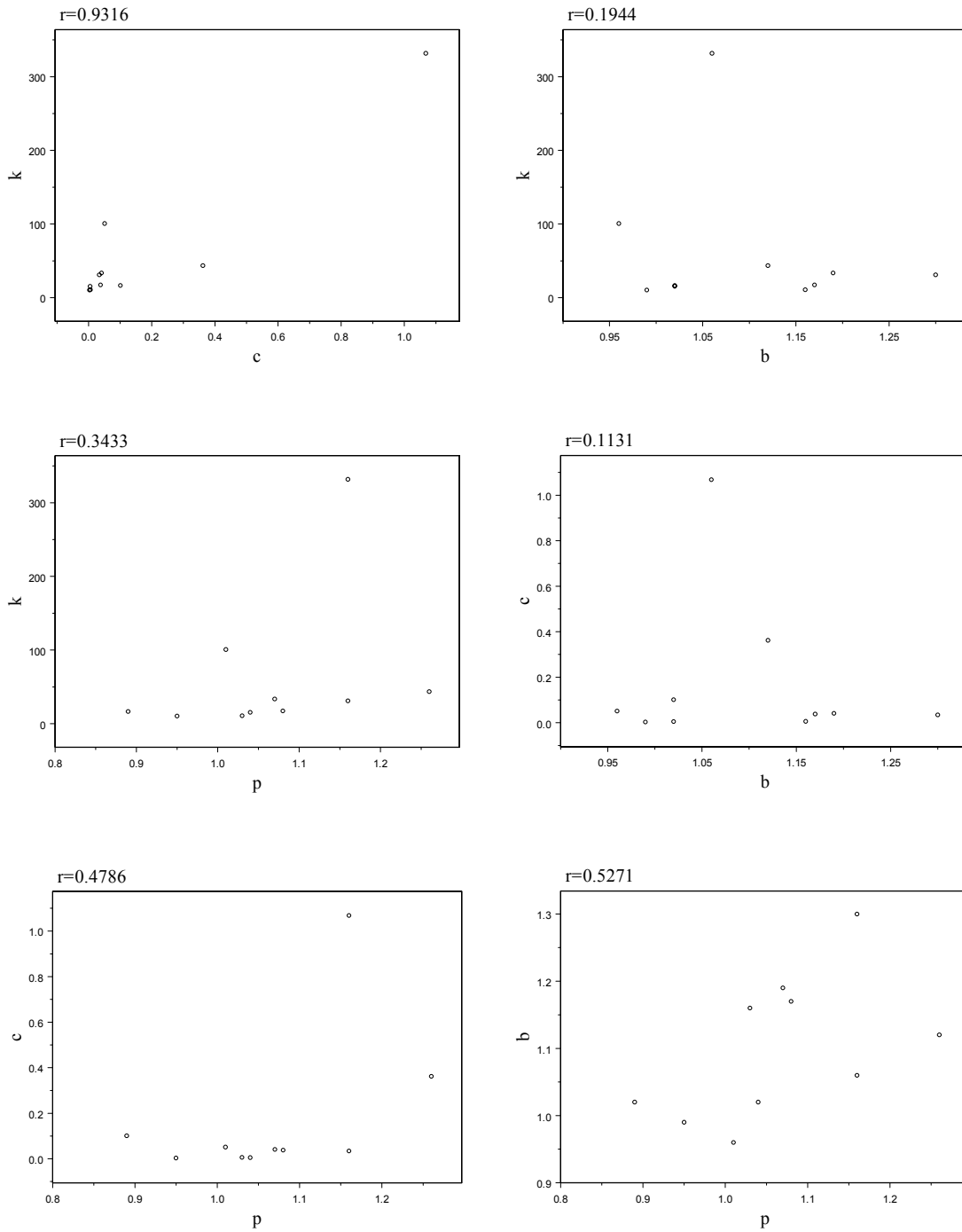
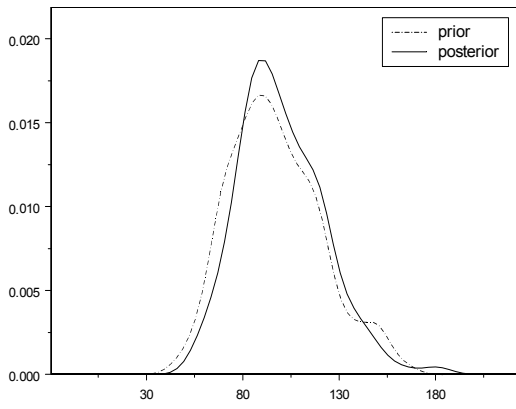
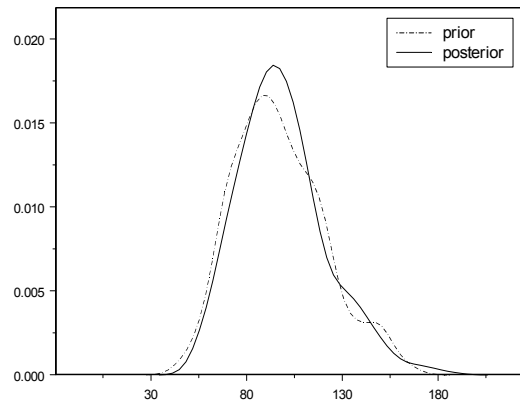


圖 3.5：台灣早期資料（1978~1998）十筆餘震序列 RJ 模型中各參數之散佈圖

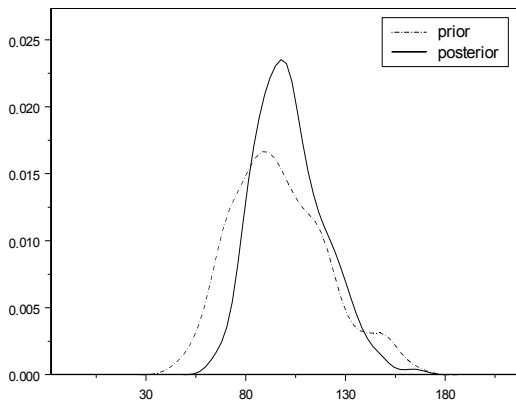
(a) 10 天



(b) 20 天



(c) 30 天



(d) 40 天

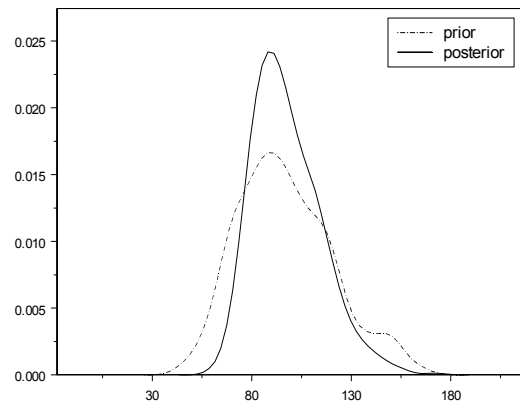
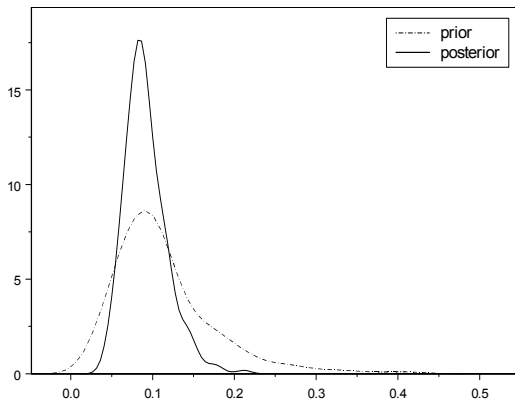
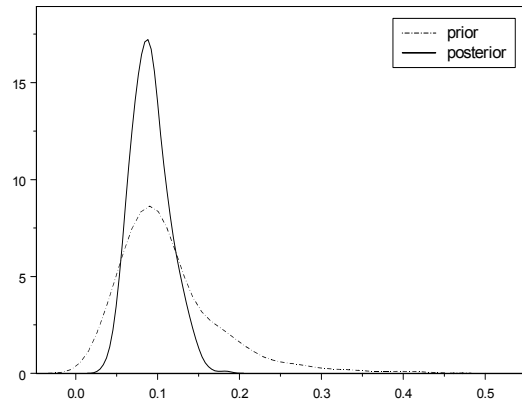


圖 3.6：RJ 模型中參數  $k$  之先驗分配和後驗邊際密度函數圖

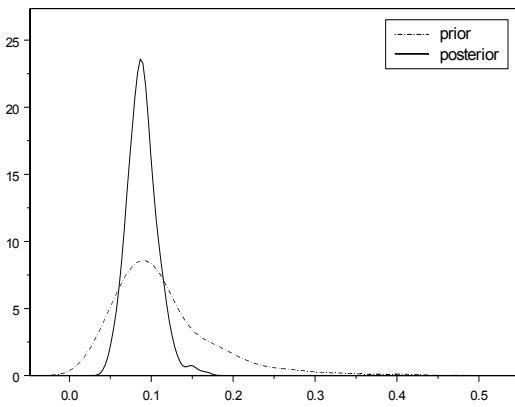
(a) 10 天



(b) 20 天



(c) 30 天



(d) 40 天

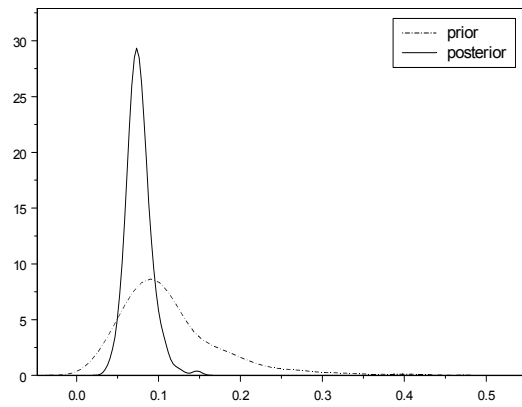
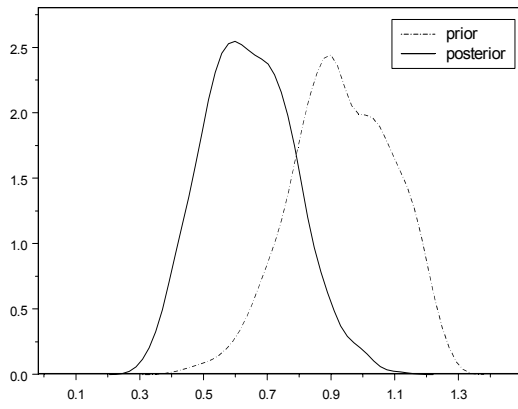
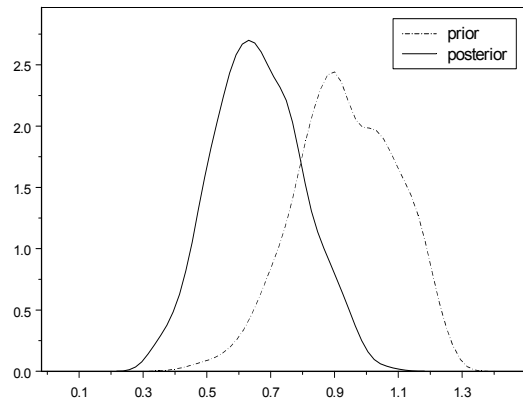


圖 3.7：RJ 模型中參數  $c$  之先驗分配和後驗邊際密度函數圖

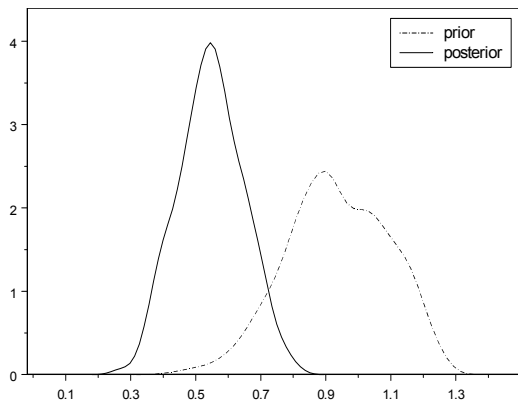
(a) 10 天



(b) 20 天



(c) 30 天



(d) 40 天

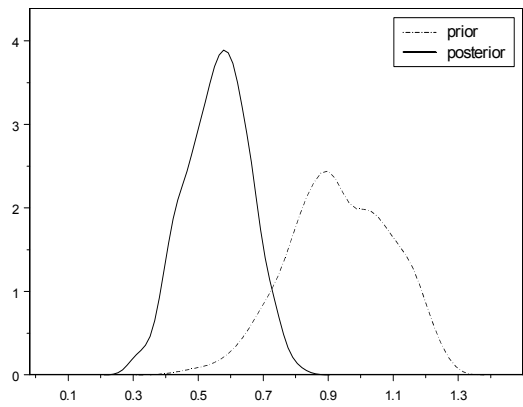
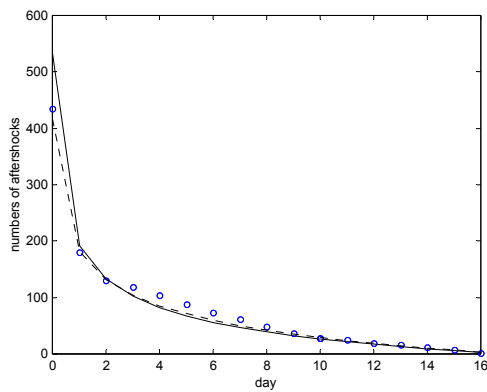
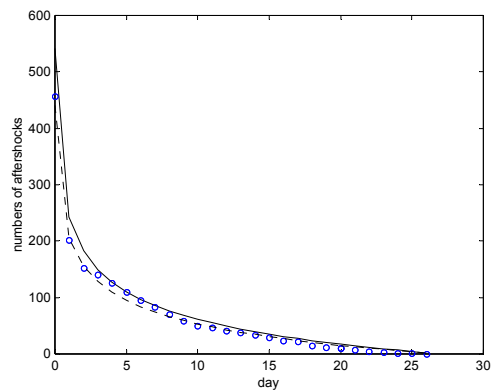


圖 3.8 : RJ 模型中參數  $b$  之先驗分配和後驗邊際密度函數圖

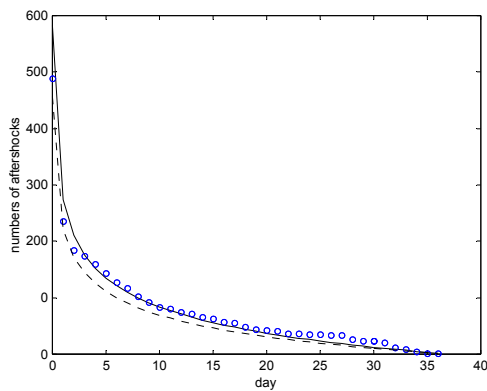
(a) 10 天



(b) 20 天



(c) 30 天



(d) 40 天

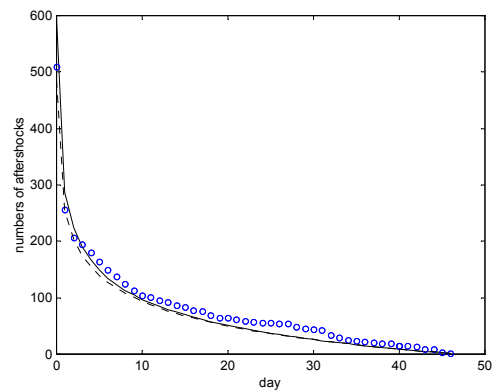
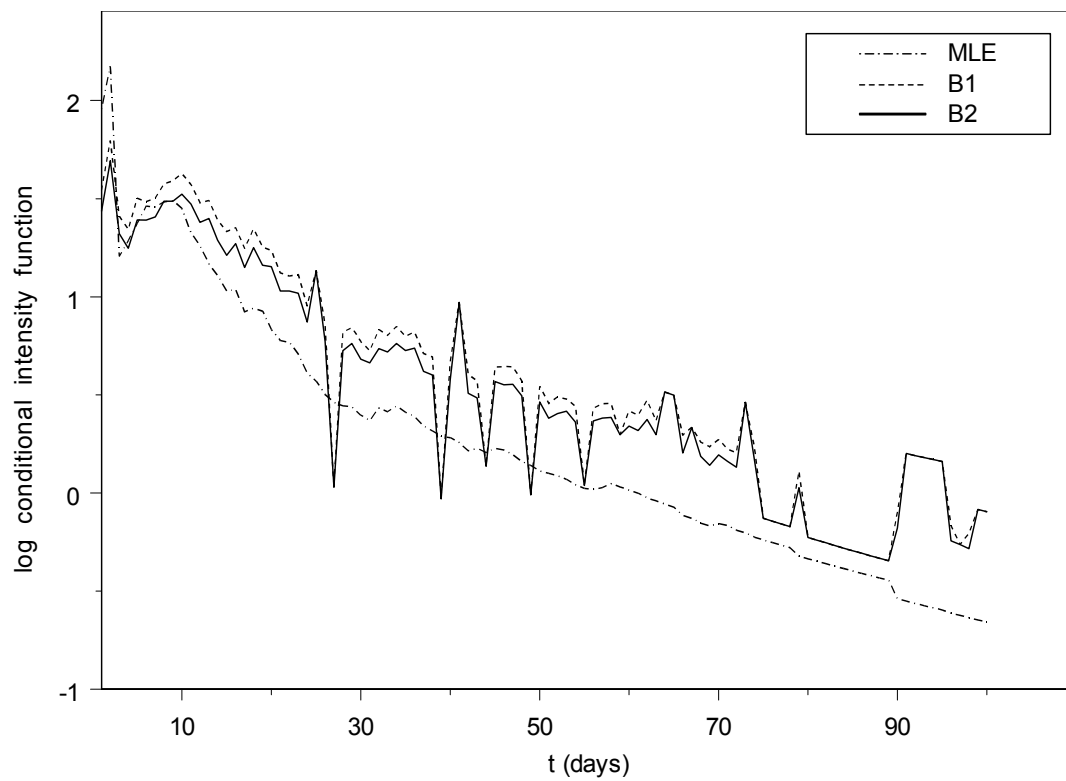
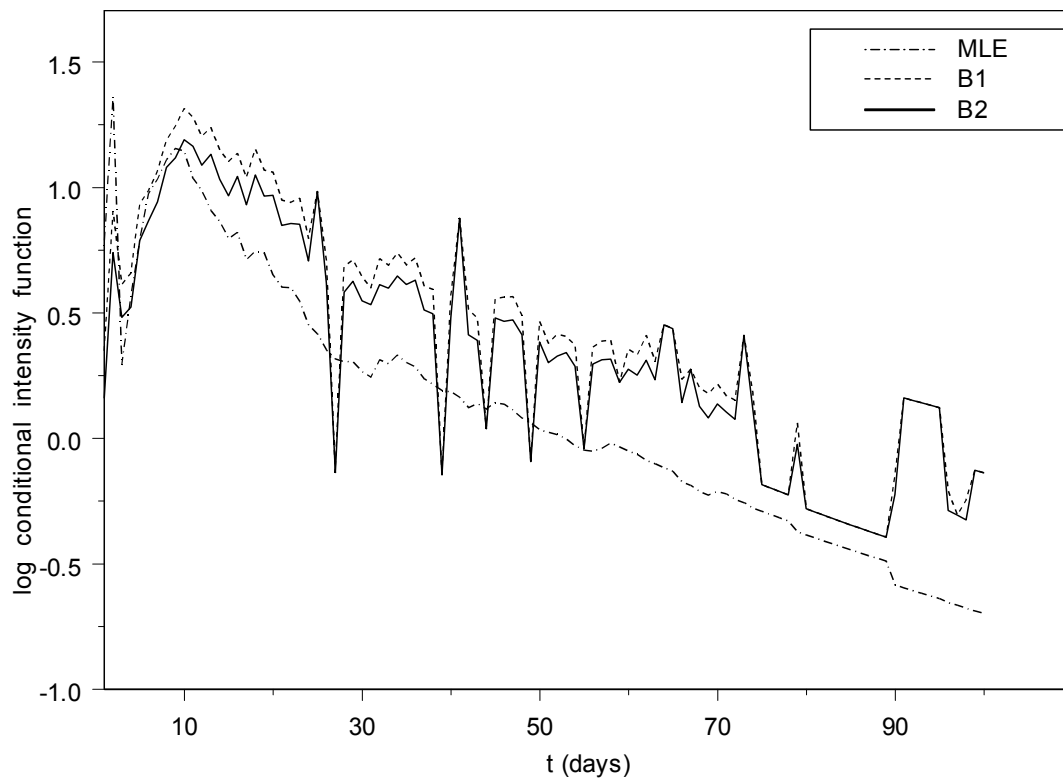


圖 4.1：根據集集主震發生後  $t$  天內的餘震資料配適 RJ 模型之適合度，其中  $t$  分別為 (a) 10 天 (b) 20 天 (c) 30 天 (d) 40 天，(-) 為貝氏估計 (--) 為最大概似估計；根據配適模型求得未來 7 天規模  $M \geq 4.0$  的餘震之期望個數 ( $\cdots$ ) 與實際發生規模  $M \geq 4.0$  的餘震個數 (o)

(a) 預測未來 3 天時



(b) 預測未來 7 天時





(c) 預測未來 10 天時

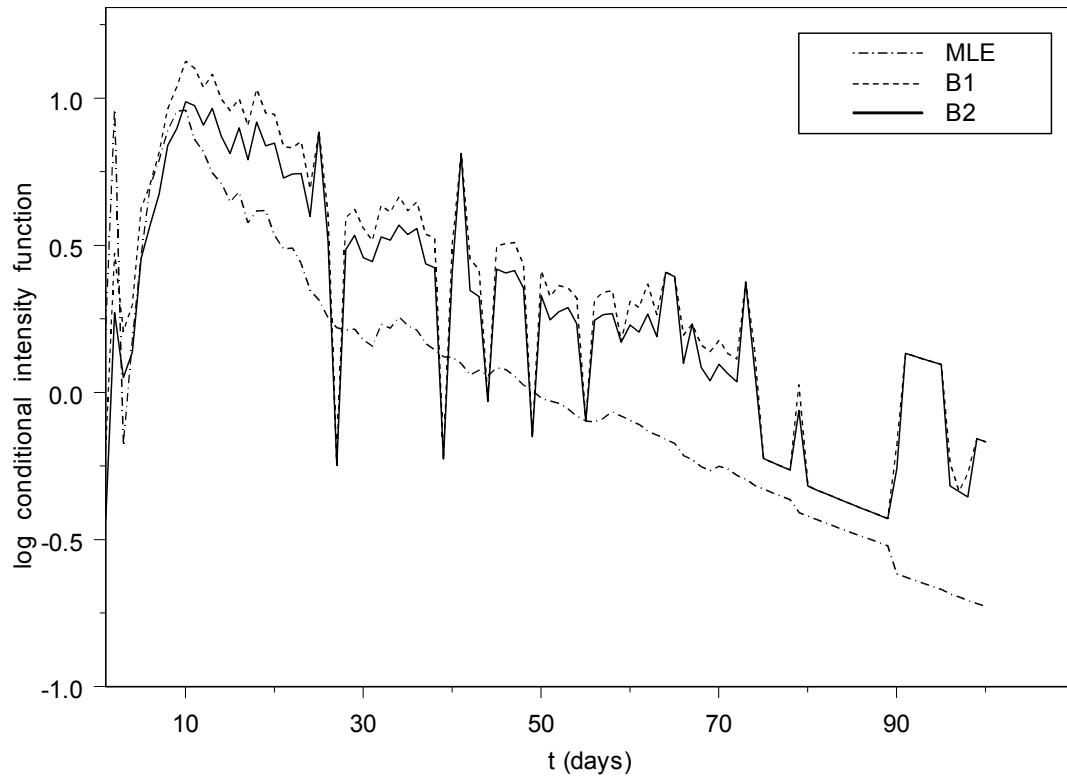


圖 4.2：逐期預測未來 (a) 3 天 (b) 7 天 (c) 10 天時發生規模 4.0

以上集集餘震之對數條件強度函數

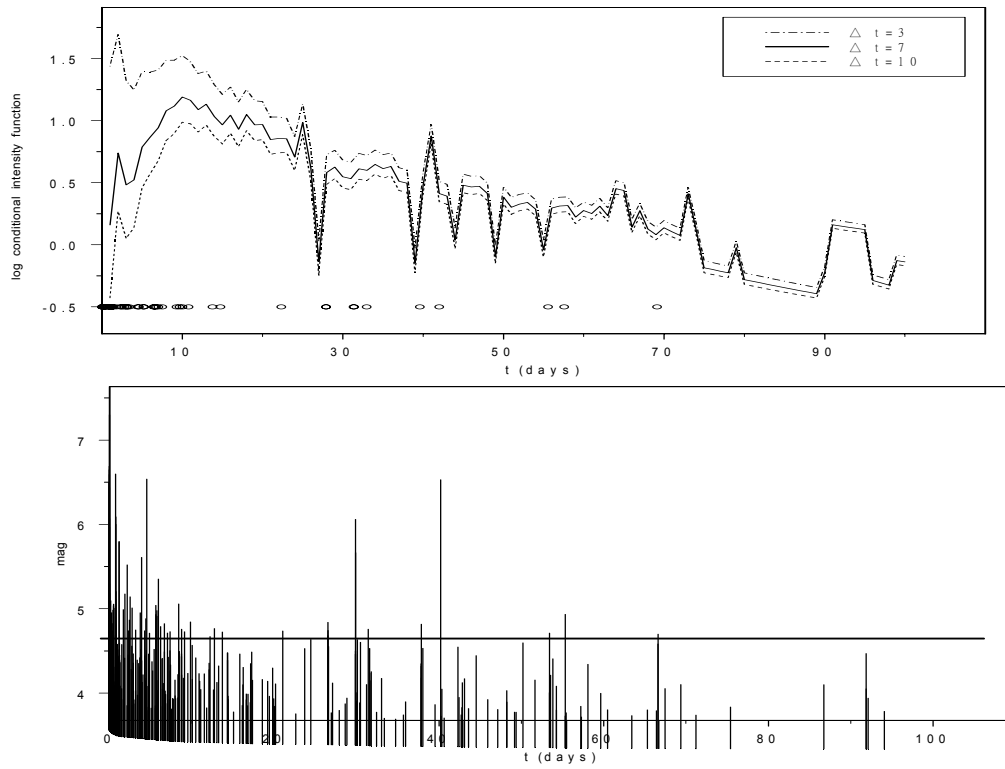
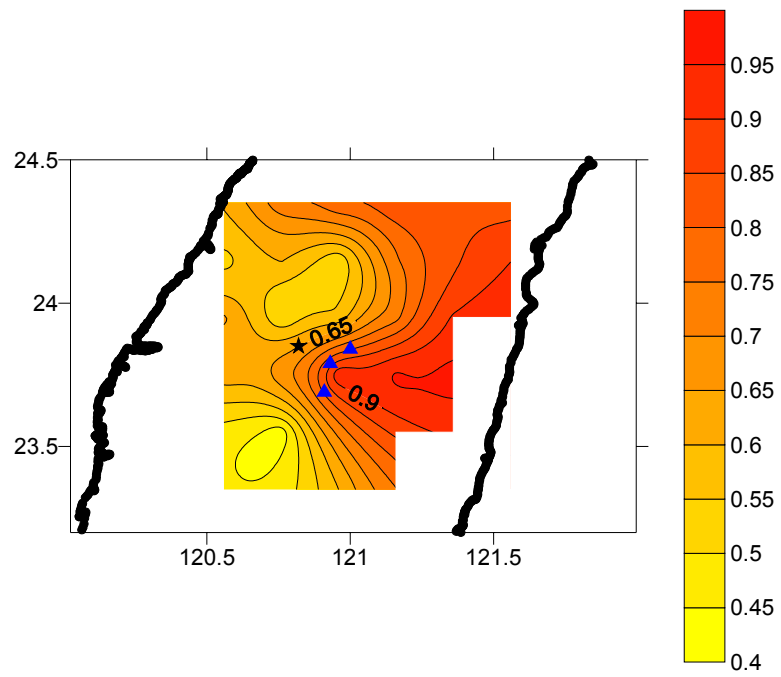
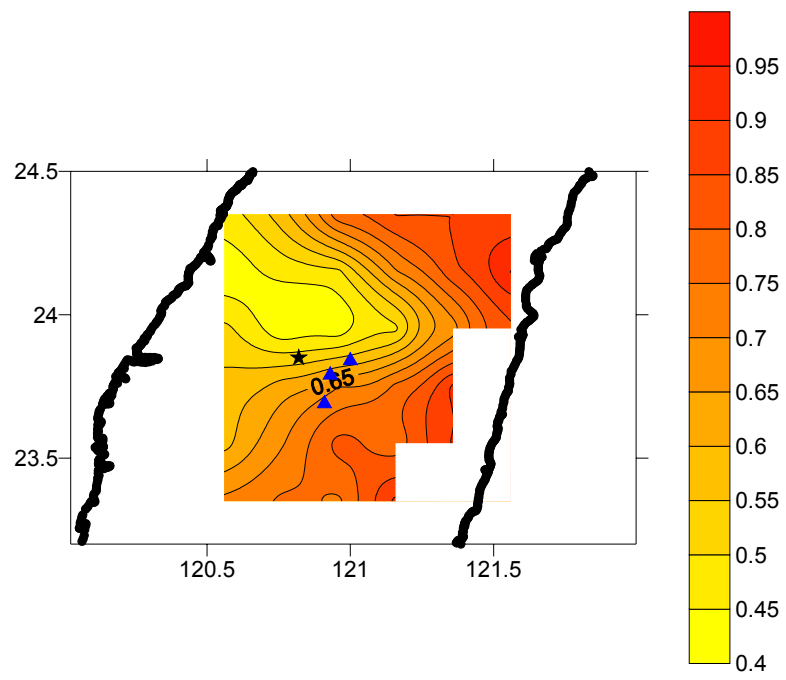


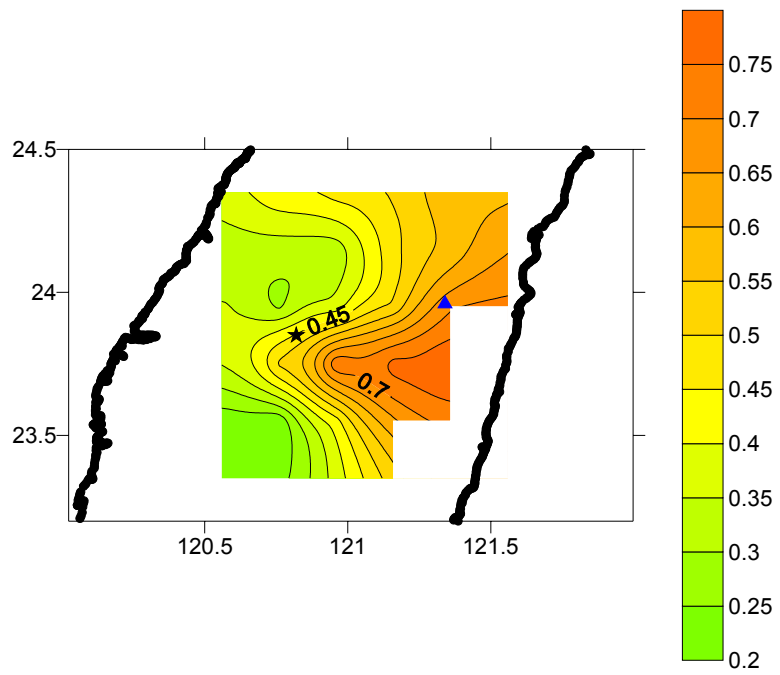
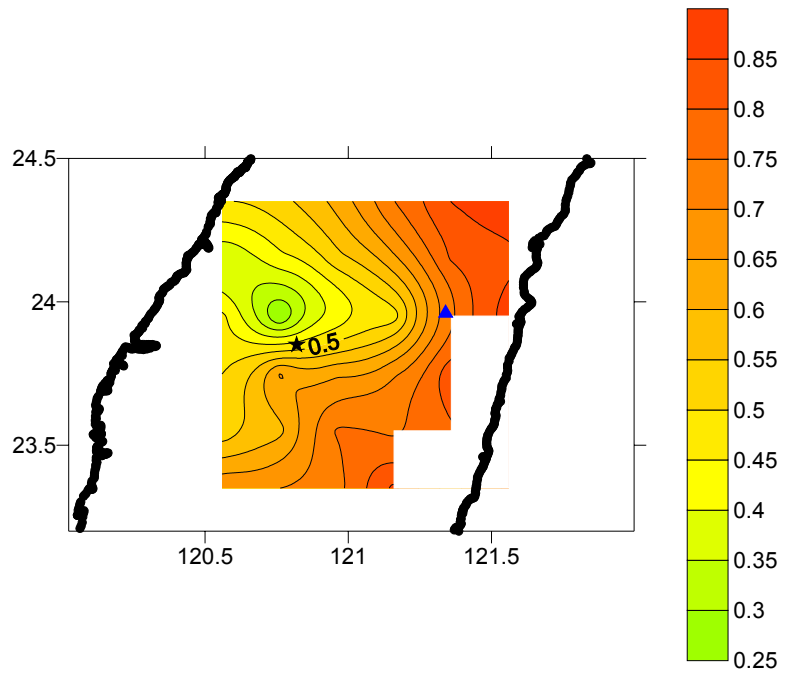
圖 4.3：預測發生規模 4.0 以上集集餘震之對數條件強度函數

( $\log \hat{\lambda}_{B_2}(t, M)$ ) 與實際發生地震規模之對照

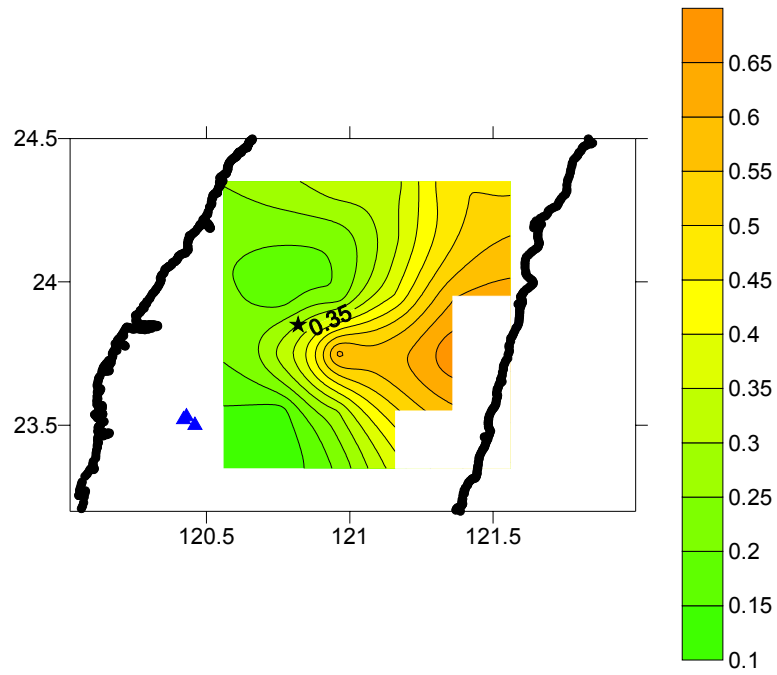
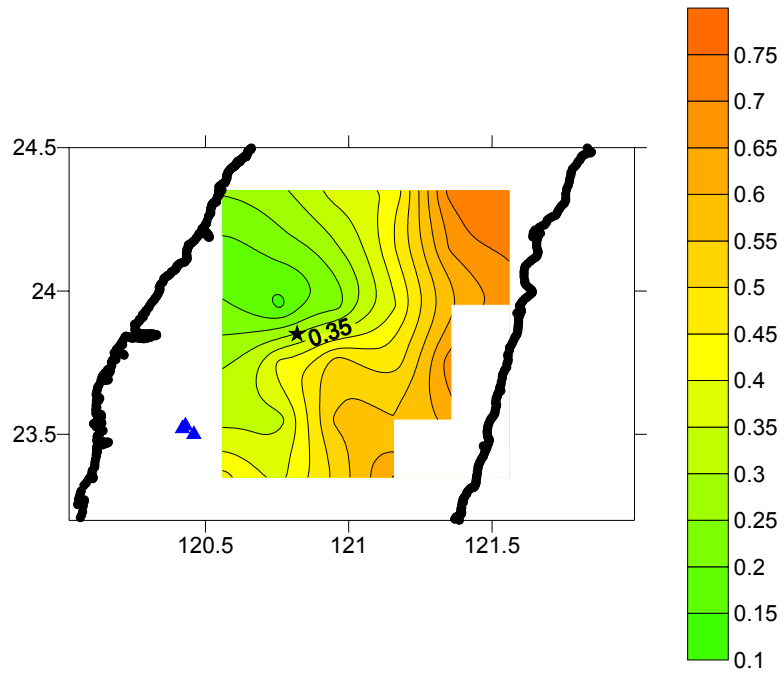
(a) 10 天



(b) 20 天



(c) 30 天



(d) 40 天

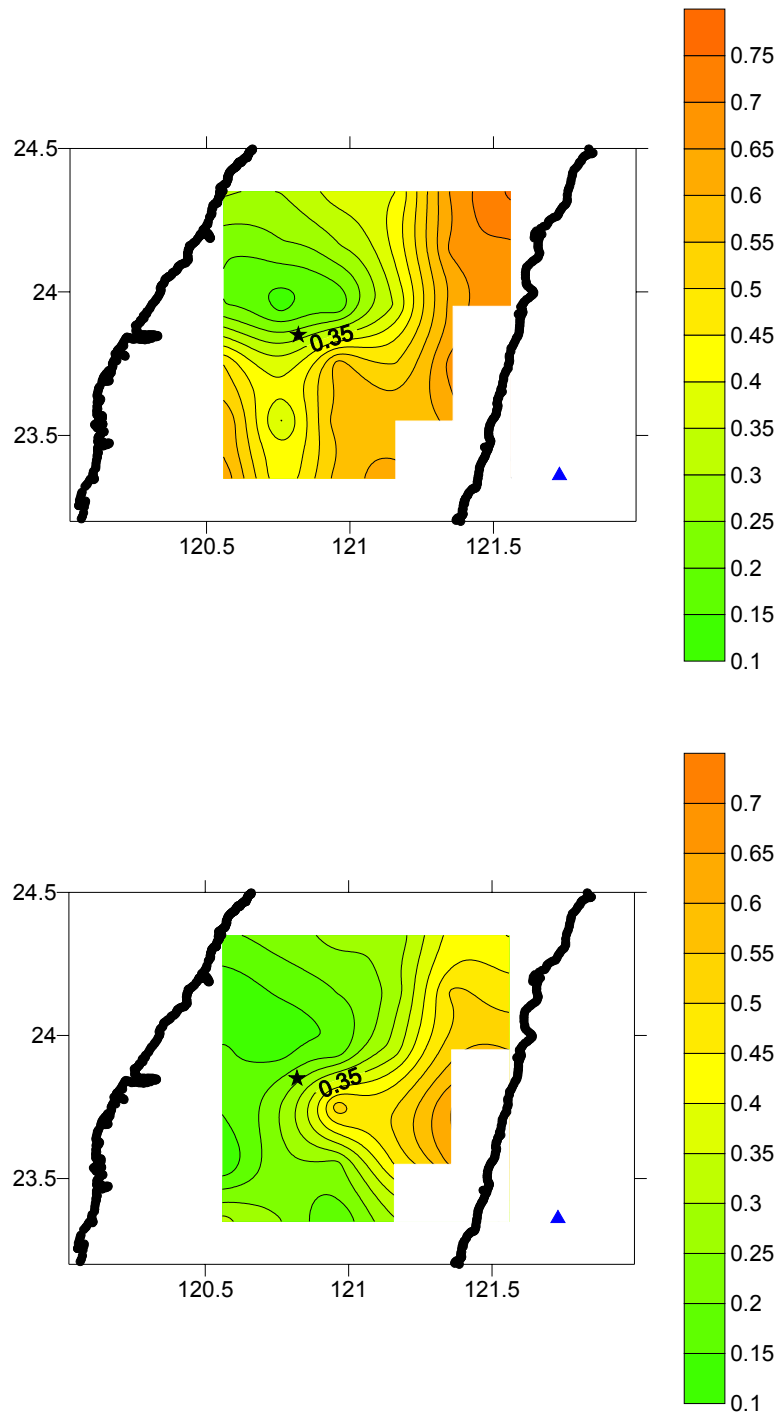


圖 4.4：根據集集主震發生後  $t$  天內的餘震資料配適 RJ 模型，預測未來 7 天內發生規模 5.0 以上餘震的機率之空間分布，其中  $t$  分別為 (a) 10 天 (b) 20 天 (c) 30 天 (d) 40 天；上圖為利用貝氏估計方法，下圖為利用最大概似估計方法